Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГУМАНИТАРНЫХ НАУК

Е.Ф. Винокуров

Маленький сборник задач и тестов к курсу «Экономика труда»

Учебное пособие

МОСКВА
2017

Винокуров Е.Ф. Маленький сборник задач и тестов к курсу «Экономика труда». Учебное пособие. – М.: ЦЭМИ РАН, 2017, . (рус)

В брошюре представлены оригинальные задания, относящиеся к различным разделам курса «Экономика труда». Эти задания связаны с равновесием на рынке труда, с незарплатными факторами спроса на труд и предложения труда, с эластичностью спроса на труд. Отдельный блок составляют задачи, относящиеся к анализу численности трудовых ресурсов, к экономической активности населения и безработице. Предлагаются также задания по темам «Производительность и оплата труда». «Дифференциация заработной платы» и «Показатели численности и движения работников».

Все задачи сопровождены подробными решениями. На тесты даны ответы. Кроме того, в разделе «Справочный материал» приводятся определения основных понятий и терминов, а также формулы, необходимые для того, чтобы справиться с заданиями.

Пособие адресовано изучающим экономику студентам высших учебных заведений и их преподавателям.

Vinokurov E.F. A Small Collection of Problems and Tests for the Course "Labor Economics". Textbook. – Moscow, CEMI Russian Academy of Sciences. 2017. (Rus)

The brochure presents the original problems and tests relating to the various sections of the course "labor Economics". These problems and tests are associated with equilibrium in the labor market, with factors of changing labor demand and of labor supply, with elasticity of labor demand. Separate unit consists of problems related to the analysis of the number of labor resources, to the economic activity of the population and unemployment. Problems concerning productivity of labor and wages, wages differentiation and the number and movement of workers are offered too.

All problems are accompanied by detailed solutions. Answers on tests are given too. In addition, in the section "Reference material" definitions of key terms and concepts, and formulas needed to solve the problems are presented.

The textbook is addressed to students and their teachers.

Рецензенты: Заведующий лабораторией ЦЭМИ РАН,
доктор экономических наук, профессор Б.А. Ерзнкян

Заведующий кафедрой математических методов в экономике и управлении института информационных систем ГУУ,
кандидат экономических наук, доцент О.М. Писарева

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие

Предлагаемый сборник заданий для изучающих и преподающих экономику труда, представляет собой небольшое дополнение к множеству задач и тестов, опубликованных в различных учебных пособиях, ни в коей мере не претендуя на полноту охвата проблемы.

В брошюре представлены оригинальные задания, разрабатывая которые автор преследовал, прежде всего, две цели.

Первой целью является желание преподнести курс экономики труда в нетривиальном виде, который может вызвать у учащихся интерес к предмету. Автор постарался избежать банальных задач, для решения которых требуется подставить заданные цифры в известные формулы.

Второй целью явилась потребность помочь преподавателю изложить курс таким образом, чтобы у студентов не сложилось представление об экономической науке, и в частности, об экономике труда как о наборе заумных терминов и связывающих их непонятных заклинаний и формул. Задания, по возможности, составлялись таким образом, чтобы продемонстрировать логическую связь нового изучаемого материала с основными положениями других разделов экономической теории.

Для решения представленных в сборнике задач студентам потребуется, помимо всего прочего, освежить в памяти различные разделы математики, что как представляется автору, является совсем не лишним.

Тематика предлагаемых в брошюре заданий достаточно разнообразна. Эти задания связаны с равновесием на рынке труда, с незарплатными факторами спроса на труд и предложения труда, с эластичностью спроса на труд. Отдельный блок составляют задачи, относящиеся к анализу численности трудовых ресурсов, к экономической активности населения и безработице. Предлагаются также задания по темам «Производительность и оплата труда». «Дифференциация заработной платы» и «Показатели численности и движения работников».

Все задачи сопровождены подробными решениями, что позволяет использовать данный сборник как своего рода учебник. Кроме того, в разделе «Справочный материал» приводятся определения основных понятий и терминов, а также формулы, необходимые для того, чтобы справиться с заданиями. Даны ответы и на тесты.

Автор не без труда удержался от того, чтобы дать представленной рукописи хулиганский подзаголовок «Пособие для студентов и доцентов». Думается, какие-то из представленных в сборнике задач преподаватели захотят разобрать на занятиях или использовать как контрольное задание, а какие-то – заинтересовать студентов настолько, что они попытаются эти задачи решить. Тесты могут понадобиться преподавателям, чтобы держать студентов в тонусе по ходу семестра, не давая им расслабиться, уповая на ночь перед экзаменом или зачётом, а также для проведения экспресс-анализа уровня знаний учащихся (правда, анализа не слишком надежного). Могут эти тесты пригодиться и студентам для самопроверки.

Заключает брошюру небольшой перечень рекомендуемой литературы.

Задачи

1. Рынок труда

А) Равновесие на рынке труда

Задача 1

В окрестностях точки равновесия кривая спроса на труд при производстве товара N описывается функцией

$$w = 0{,}6\, D^2 - 10{,}8\, D + 84,$$

а кривая предложения – функцией

$$w = -3\, S^2 + 36\, S - 60,$$

где w – заработная плата в тыс. руб. за месяц,

D – величина спроса на труд работников, производящих товар N, в тыс. чел.,

S – величина предложения труда работников, производящих товар N, в тыс. чел.

Найти годовой заработок работников, производящих товар N, в условиях рыночного равновесия.

Задача 2

Обратная функция спроса на труд в некоторой отрасли в окрестностях точки равновесия имеет вид

$$W = 2\, Q_D^2 - 40Q_D + 680,$$

а обратная функция предложения труда – вид

$$W = -3\, Q_S^2 + 120Q_S + 5.$$

Здесь W – ставка заработной платы в долларах за месяц,

Q_D – величина спроса на труд в тыс. чел.,

Q_S – величина предложения труда в тыс. чел.

Рынок труда находится в равновесии.

Найти месячный фонд заработной платы работников отрасли.

Задача 3

Функция спроса на труд имеет вид

$$Q_D = -\,10w + 40,$$

а функция предложения труда – вид

$$Q_S = a \times w - 2,$$

где Q_D – величина спроса,

Q_S – величина предложения,

w – ставка заработной платы,

a – параметр.

Фонд заработной платы в условиях рыночного равновесия равен 30.

Минимальная заработная плата равна 2.

Найти равновесную ставку заработной платы.

Задача 4

Функция спроса на труд имеет вид

$$Q_D = m \times w + 70,$$

где Q_D – величина спроса,

w – ставка заработной платы,

m – параметр,

а функция предложения труда – вид

$$Q_S = 5\,w - 10,$$

где Q_S – величина предложения.

Фонд заработной платы в условиях рыночного равновесия равен 400.

Найти величину спроса при цене, равной 12.

Задача 5

Функция спроса на труд на некотором интервале имеет вид

$$Q_D(w) = a \times w^2 + b \times w + c,$$

где Q_D – величина спроса,

w – ставка заработной платы,

a, b, c – параметры ($a \neq 0$, $b \neq 0$).

Определить знак произведения $b \times c$.

Задача 6

Обратная функция спроса на труд работников отрасли имеет вид

$$W = 22 - 4Q_D,$$

а обратная функция предложения труда –

$$W = 10 + 2Q_S,$$

где W – заработная плата,

Q_D – величина спроса на труд,

Q_S – величина предложения труда.

Найти долю нормального дохода в общем фонде заработной платы работников отрасли в условиях рыночного равновесия.

Задача 7

Функция спроса на труд работников отрасли в окрестностях точки равновесия имеет вид

$$Q_D = 0{,}001\,W^2 - 2\,W + 550,$$

а функция предложения труда –

$$Q_S = 0{,}1\,W + c,$$

где Q_D –величина спроса на труд (тыс. чел.),

Q_S – величина предложения труда (тыс. чел.),

W – заработная плата (долл. в месяц на человека),

c – параметр.

Квазирента, выплаченная работникам отрасли за месяц в условиях равновесия на рынке труда, составила 8000 тыс. долл.

Найти нормальный доход, выплаченный работникам отрасли за этот месяц.

Задача 8

Доля квазиренты в фонде заработной платы работников отрасли составляет $\frac{1}{6}$.

Обратная функция спроса на труд имеет вид

$$W = -\frac{1}{12}Q_D^2 - \frac{1}{2}Q_D + 50,$$

а обратная функция предложения труда –

$$W = \frac{1}{18}Q_S^2 + 2Q_S + c,$$

где W – заработная плата,

Q_D – величина спроса на труд,

Q_S – величина предложения труда,

c – параметр.

Найти фонд заработной платы работников отрасли в условиях равновесия на рынке труда.

Б) Незарплатные факторы спроса на труд и предложения труда

Задача 9

Изобрели дешёвый заменитель товара T. В результате и равновесная заработная плата, и равновесное количество труда работников, производящих этот товар, изменились на 10%.

На сколько процентов изменился общий заработок работников, производящих товар T?

Задача 10

В стране повысили возраст выхода на пенсию. Спустя некоторое время заработная плата в одной из отраслей оказалась той же, что была до изменения пенсионного законодательства.

Незарплатные факторы спроса и предложения, кроме упомянутых в условии задачи, не менялись.

Увеличилось или уменьшилось за это время число покупателей на рынке продукции, выпускаемой данной отраслью?

Задача 11

В стране резко уменьшили численность армии за счёт сокращения призыва. Спустя некоторое время численность занятых в одной из отраслей оказалась той же, что была до этого сокращения.

Незарплатные факторы спроса на труд и предложения труда, кроме упомянутых в условии задачи, не менялись.

Подорожал или подешевел за это время продукт, являющийся заменителем товара, производимого данной отраслью?

Задача 12

В стране уменьшили продолжительность рабочего дня. Спустя некоторое время численность занятых в одной из отраслей оказалась той же, что была до этого уменьшения.

Незарплатные факторы спроса и предложения, кроме упомянутых в условии задачи, не менялись.

Подорожал или подешевел за это время продукт, являющийся заменителем товара, производимого данной отраслью?

В) Эластичность спроса на труд и предложения труда

Задача 13

Для некоторой отрасли в окрестностях точки равновесия спрос на труд и предложение труда характеризуются единичной эластичностью во всех точках. Величины спроса и предложения измеряются в тысячах рабочих часов, а заработная плата – в рублях за час.

Известно, что, если заработная плата равна 50 руб./час, то величина спроса составляет 200 тыс. час, а величина предложения – 50 тыс. час.

Найти равновесное количество труда.

Задача 14

Функция спроса на продукт имеет вид

$$Q = -P^2 - 15P + 80,$$

где Q – величина предложения в штуках,

P – цена в тыс. руб. за штуку.

При каком из двух значений цены: P_1=2 или P_2=3 будет наблюдаться более высокая эластичность спроса на труд в отрасли, производящей рассматриваемый продукт?

Задача 15

Функция предложения экскаваторов имеет вид

$$Q = P^2 + P + \frac{1}{4},$$

где P – цена экскаватора в млн руб.,

Q – величина предложения в тыс. штук.

Увеличивается или снижается эластичность спроса на труд землекопов по мере роста равновесного объема выпуска экскаваторов?

Задача 16

Касательная к кривой предложения труда проходит через начало координат.

Определить эластичность предложения по зарплате в точке касания.

Задача 17

На рис. 1 l – кривая спроса на труд, $M \in l$, AB – касательная к l в точке M, A0W, $B \in 0Q$, $\triangle$0MA – прямоугольный, $\angle$A0M=30°.

Найти ценовую эластичность спроса в точке *M*.

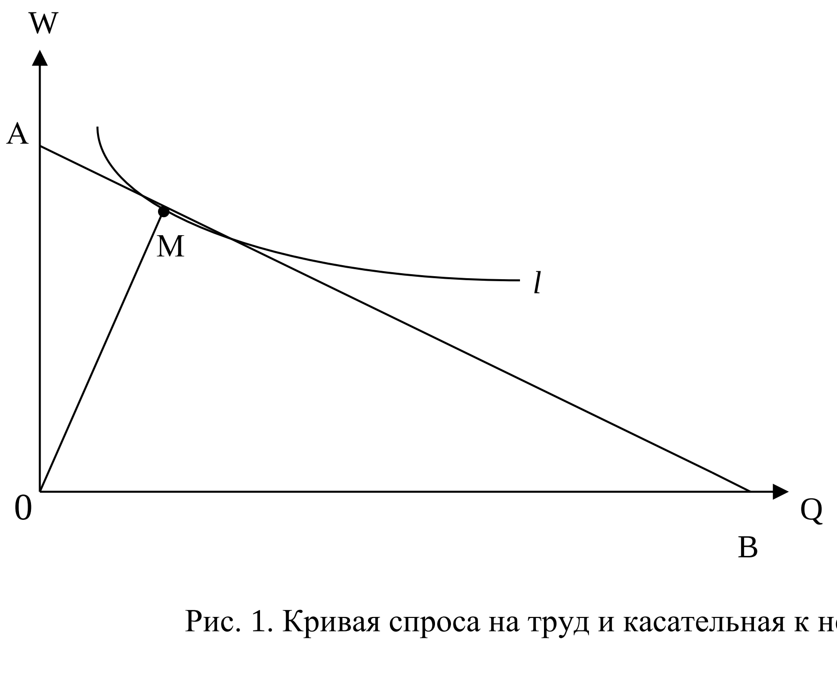

Рис. 1. Кривая спроса на труд и касательная к ней.

Задача 18

На рис. 2 l – кривая спроса на труд; $M \in l$.

В точке M заработная плата ($W_М$) равна 2, а величина спроса на труд ($Q_М$) равна 4.

c – касательная к l в точке М, $B = c \cap 0W$.

$\angle 0MB = 45^\circ$.

Найти эластичность спроса в точке М.

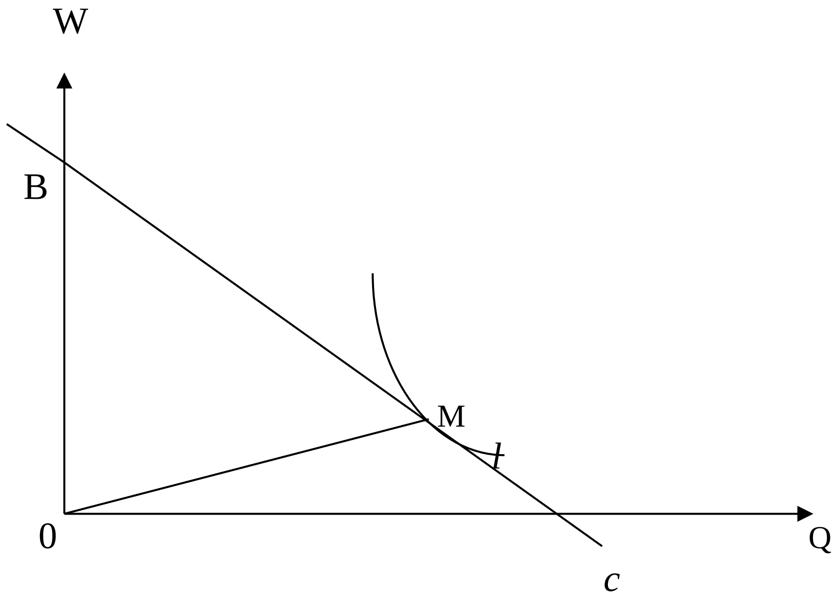

Рис.2. Кривая спроса на труд и касательная к ней.

Задача 19

Функция спроса на трудовые услуги работников, занятых производством товара N, в окрестностях точки равновесия имеет вид

$$L = 0{,}04W^2 - 4W + 156{,}25,$$

где L – величина спроса на труд работников, выпускающих товар N, в тыс. чел.,

W – заработная плата этих работников в тыс. руб. в месяц.

Любое отклонение от равновесной заработной платы приводит к уменьшению эластичности спроса на труд работников, выпускающих товар N.

Найти годовой фонд оплаты труда работников, занятых производством товара N.

Задача 20

В окрестностях оптимального значения численности занятых связь между объёмом выпуска и числом работников предприятия, работающего на рынке совершенной конкуренции, имеет вид

$$Q = -0{,}007\,L^2 + 2\,L,$$

где Q – объём выпуска в тыс. шт.,

L – численность занятых, чел.

Выручка предприятия за месяц в тыс. руб. – TR – выражается формулой
$TR = 50Q$.

Заработная плата работников фирмы составляет 30 тыс. руб. в месяц.

Найти эластичность спроса на труд работников фирмы.

Задача 21

Рассматриваются рынки труда садовников и парикмахеров.

Значения перекрестной точечной эластичности спроса на труд садовников и на труд парикмахеров, а также прямой точечной эластичности спроса на труд садовников постоянны при всех значениях цен.

Прямая эластичность спроса на труд садовников равна $|p|$, перекрестная эластичность спроса на труд садовников равна $|r|$, перекрестная эластичность спроса на труд парикмахеров равна $|s|$.

Определить прямую точечную эластичность спроса на труд парикмахеров при их заработной плате, равной 30 тыс. рублей в месяц.

2. Трудовые ресурсы, экономическая активность населения, безработица

Задача 22

Уровень безработицы в стране равен 5%.

Число безработных составляет 0,2 млн чел.

В домашних хозяйствах занято 0,99 млн чел.

Доля безработных в трудовых ресурсах равна 4%.

При определении численности трудовых ресурсов статистика учитывает граждан в возрасте до N лет.

Найти численность занятых в возрасте старше N лет.

Задача 23

Уровень безработицы в 2001 году был равен 20%.

В 2002 году численность занятых выросла на 10%, а число безработных сократилось на 40%.

Определить уровень безработицы в 2002 году.

Задача 24

Уровень безработицы в 2001 году был равен 20%.

В 2002 году численность занятых выросла на 5%, а уровень безработицы оказался равным 16%.

На сколько процентов и в какую сторону изменилась в 2002 году по сравнению с 2001 годом численность безработных?

Задача 25

Мужчины составляют 60% от общего числа безработных.

Уровень безработицы среди мужчин равен 12%, а среди женщин – 8%.

Найти общий уровень безработицы.

Задача 26

В 2001 году уровень экономической активности молодёжи был равен 70%, а доля безработных среди этой группы населения составила 10%.

В 2002 году уровень молодёжной экономической активности повысился до 80%, причем количество занятых молодых людей увеличилось на 15%.

Численность молодёжи за прошедший год выросла на $\frac{1}{160}$.

Определить долю безработных среди молодёжи в 2002 году.

3. Производительность и оплата труда

Задача 27

В мастерской «Работяга» трудятся 60 рабочих, часть из которых занята выпуском изделия *A*, а остальные – производством изделия *B*.

Производительность труда одного рабочего при изготовлении изделия *A* составляет 20 штук в день, а при изготовлении изделия *B* – 30 штук в день.

Средние переменные издержки на производство изделия *A* равны 80 руб./шт., на выпуск изделия *B* – 100 руб./шт. Постоянные издержки мастерской не зависят от того, в каком соотношении выпускаются изделия *A* и *B*.

Кривая дневного спроса на изделия вида А описывается функцией

$Q = 960 – 6P$,

где Q – объём продаж изделия *A* за день (в штуках),

P – цена изделия *A* (в рублях за штуку),

а кривая дневного спроса на изделия *B* – функцией

$q = 3180 – 3p$,

где q – объём продаж изделия *B* за день (в штуках),

p – цена изделия *B* (в рублях за штуку).

Вся произведенная за день продукция реализуется в тот же день.

Мастерская обеспечивает владельцу максимальную прибыль.

Заполнить таблицу 1.

Таблица 1

Показатели хозяйственной деятельности мастерской «Работяга»

Изделия / **Показатели**	Изделие *A*	Изделие *B*
Число рабочих, занятых в производстве, чел.		
Объём выпуска и продаж за день, шт.		
Переменные издержки за день, руб.		
Цена, руб./шт.		
Выручка за день, руб.		

Задача 28

В мастерской, выпускающей деревянные ложки, на прямой сдельной оплате работают резчики по дереву и художники.

Дневная выработка (в штуках) всех резчиков Q_1 связана с расценкой за изготовление одной ложки (в рублях) V зависимостью

$$Q_1 = 460 + 50\,V.$$

Дневная выработка (в штуках) всех художников Q_2 связана с расценкой за роспись одной ложки (в рублях) W зависимостью

$$Q_2 = 200 + 40\,W.$$

Средние переменные издержки на производство одной ложки за вычетом оплаты труда сдельщиков равны 3 рублям. Ложки продаются по 39,2 руб. за штуку.

Все вырезанные за рабочий день ложки в тот же день и расписываются.

Найти расценки труда сдельщиков, обеспечивающие владельцу мастерской наибольшую прибыль.

Задача 29

Объём продаж продукции предприятия за день равен дневному объёму выпуска.

Предпринимателю известно, что функция зависимости дневного объёма продаж продукции Q (в штуках) от цены P (в рублях за штуку) при $400<P<600$ имеет вид

$$Q = 1500 - 2P.$$

Известно также, что дневной объём выпуска связан с расценкой труда рабочих-сдельщиков W (в рублях за штуку) при $60<W<80$ соотношением

$$Q = 180 + 5W.$$

Средние переменные издержки за вычетом оплаты труда сдельщиков не зависят от объёма производства и равны 86 руб./шт.

Владельцу предприятия удаётся добиться максимальной прибыли.

Найти расценку труда сдельщиков.

Задача 30

Фирма работает на рынке совершенной конкуренции.

На предприятии трудятся 40 рабочих.

Продукция фирмы продаётся по цене 100 руб./шт.

Средние переменные издержки за вычетом оплаты труда рабочих равны 50 руб./шт.

Трудоотдача рабочих связана с их заработной платой зависимостью

$$H = -0{,}01\,w^2 + 0{,}82\,w,$$

где H – трудоотдача рабочего за месяц в шт./чел.,

w – заработная плата рабочего в тыс. руб. в месяц.

Найти выручку предприятия за месяц.

Задача 31

Фирма работает на рынке совершенной конкуренции производимого ею товара в условиях совершенной конкуренции на рынке труда.

Заработная плата работников фирмы составляет 20 тыс. руб. в месяц.

Цена продукции фирмы равна 100 руб./шт.

В окрестностях оптимального значения численности занятых связь между объёмом выпуска и числом работников предприятия имеет вид

$$Q = -0{,}01\,L^2 + 1{,}2\,L,$$

где Q – объём выпуска в тыс. шт.,

L – численность занятых, чел.

Найти оптимальный для предприятия объём выпуска продукции за месяц.

Задача 32

Условия сдельно-премиальной оплаты труда предусматривают, что за каждое изделие, изготовленное рабочим за смену, если их количество не превышает норму, выплачивается 10 руб., а за каждое изделие, изготовленное сверх нормы, – 12 руб.

Первый рабочий заработал за смену 2120 руб., а второй – 2240 руб. Вместе они изготовили 430 изделий.

Найти норму выработки.

4. Дифференциация заработной платы

Задача 33

По данным, представленным в таблице 2, рассчитать индекс Джини.

Таблица 2

Распределение заработков

Двадцатипроцентные группы работников	**Доля в общем фонде заработной платы, %,**
Первая группа (самые малооплачиваемые)	5
Вторая группа	7
Третья группа	13
Четвёртая группа	20
Пятая группа (самые высокооплачиваемые)	55

Задача 34

Кривая Лоренца является участком графика функции

$$y = a \times x^2 + b,$$

где

x – доля самых низкооплачиваемых работников (в процентах),
y – доля фонда заработной платы (в процентах),
a и b – параметры.
Найти децильный коэффициент.

Задача 35

Кривая Лоренца является участком графика функции

$$y = x^2 + a \times x + b,$$

где x – доля самых низкооплачиваемых работников ($0 \le x \le 1$),
y – доля фонда заработной платы ($0 \le y \le 1$),
a и b – параметры.
Найти индекс Джини.

Задача 36

Известно, что кривая Лоренца является участком графика функции

$$y = a \times x^2 + b \times x + c,$$

где x – доля самых низкооплачиваемых работников ($0 \le x \le 1$),
y – доля фонда заработной платы ($0 \le y \le 1$),
a, b, c – параметры.
Индекс Джини равен 0,3.
Найти децильный коэффициент.

5. Показатели численности и движения работников

Задача 37

За год из организации было уволено 70 человек, 50 из которых уволились по собственному желанию.

За этот период общий коэффициент оборота составил 0,19, коэффициент оборота по принятым – 0,12, а коэффициент текучести кадров – 0,06.

Найти число сотрудников, уволенных за этот год за прогулы и нарушения дисциплины.

Задача 38

В таблице 3 приведена часть данных о движении кадров на предприятии.

Известно, что годовой коэффициент текучести кадров составил 7%, а годовой общий коэффициент оборота кадров равен 20%.

Заполнить таблицу целиком.

Таблица 3.

Показатели движения кадров на предприятии.

Период / **Показатель**	I Квартал	II Квартал	III квартал	IV квартал	Год
Среднесписочная численность работников	1020	1010	990	980	
Принято на работу	15	18	22	25	
Уволено с работы всего		25	30		
в том числе по причинам:					
перехода на учёбу	5	1	10		
призыва на военную службу	1		4	8	15
ухода на пенсию	2	2	1	8	
по собственному желанию	3	10		15	
за прогулы и нарушения дисциплины			5	7	

Тесты

Верны ли следующие утверждения?

Задание 1

При полной занятости безработица отсутствует.

1) Да.
2) Нет.

Задание 2

Рост численности занятых всегда означает снижение уровня безработицы.

1) Да.
2) Нет.

Задание 3

Увеличение численности безработных всегда означает рост уровня безработицы.

1) Да.
2) Нет.

Задание 4

При фрикционной безработице в стране существуют вакантные рабочие места.

1) Да.
2) Нет.

Задание 5

Для снижения структурной безработицы целесообразно организовать переобучение безработных.

1) Да.
2) Нет.

Задание 6

Одна из задач государства – сведение уровня безработицы к нулю.

1) Да.
2) Нет.

Задание 7

Отрицательный наклон кривой спроса на трудовые услуги в условиях совершенной конкуренции объясняется действием закона убывающей предельной производительности.

1) Да.
2) Нет.

Выберите одно верное утверждение.

Задание 8

Величина спроса на труд может измеряться...

1) в человеко-часах;
2) в рублях;
3) в долларах;
4) в процентах.

Задание 9

Величина предложения труда может измеряться...

1) в численности занятых;
2) в рублях;
3) в долларах;
4) в процентах.

Задание 10

Рост спроса на труд при прочих равных условиях приведет…

1) к росту численности занятых и росту зарплаты;
2) к росту численности занятых и снижению зарплаты;
3) к снижению численности занятых и росту зарплаты;
4) к снижению численности занятых и снижению зарплаты.

Задание 11

Падение предложения труда при прочих равных условиях приведет…

1) к росту численности занятых и росту зарплаты;
2) к росту численности занятых и снижению зарплаты;
3) к снижению численности занятых и росту зарплаты;
4) к снижению численности занятых и снижению зарплаты.

Задание 12

Потеря работы машинистками в результате широкого внедрения в делопроизводство компьютеров определяет уровень…

1) циклической безработицы;
2) структурной безработицы;
3) фрикционной безработицы.
4) Утверждения 1), 2) и 3) неверны.

Задание 13

К числу безработных относится...

1) выпускник школы, сдающий приёмные экзамены в университет;
2) студент дневного отделения ВУЗа, ищущий подработку;
3) домохозяйка, ищущая работу;
4) ветеран труда, выходящий на пенсию.

Задание 14

Уровень безработицы может вырасти и в том случае, когда…

1) растет численность занятых;
2) падает численность безработных;
3) растет численность экономически активного населения.
4) Верны утверждения 1), 2) и 3).

Задание 15

Минимальную заработную плату устанавливают…

1) работодатели;
2) профсоюзы;
3) государственные органы;
4) объединенные советы, включающие в себя представителей работодателей, профсоюзов и государственных органов.

Задание 16

Численность занятых неквалифицированных работников зависит…

1) от предложения неквалифицированного труда;

2) от спроса на неквалифицированный труд;

3) от размера минимальной заработной платы.

4) Верны утверждения 1), 2) и 3).

Задание 17

Заработная плата неквалифицированных работников зависит…

1) от предложения неквалифицированного труда;

2) от спроса на неквалифицированный труд;

3) от экономической активности населения.

4) Утверждения 1), 2) и 3) неверны.

Задание 18

Безработные…

1) входят в численность экономически активного населения, но не входят в численность трудовых ресурсов;

2) входят в численность трудовых ресурсов, но не входят в численность экономически активного населения;

3) входят и в численность экономически активного населения, и в численность трудовых ресурсов;

4) не входят ни в численность экономически активного населения, ни в численность трудовых ресурсов.

Задание 19

Неработающие пенсионеры…

1) входят в численность экономически активного населения, но не входят в численность трудовых ресурсов;

2) входят в численность трудовых ресурсов, но не входят в численность экономически активного населения:

3) входят и в численность экономически активного населения, и в численность трудовых ресурсов;

4) не входят ни в численность экономически активного населения, ни в численность трудовых ресурсов.

Задание 20

Циклическая безработица обычно приводит к потере рабочих мест…

1) наиболее высококвалифицированными работниками;

2) наиболее высокооплачиваемыми работниками;

3) работниками почти всех профессий:

4) прежде всего работниками умственного труда;

5) прежде всего работниками физического труда.

Задание 21

Потерю работы в ноябре официантками летнего кафе в Ялте следует считать…

1) структурной безработицей;

2) циклической безработицей;

3) фрикционной безработицей;

4) сезонной безработицей;

5) нет верного ответа.

Задание 22

Потерю работы служащими оборонного предприятия, связанную с реализацией международных соглашений о сокращении вооружений, следует считать…

1) структурной безработицей;
2) циклической безработицей;
3) фрикционной безработицей;
4) сезонной безработицей;
5) нет верного ответа.

Задание 23

Кривая спроса на трудовые услуги может являться участком графика функции…

1) $L = 2 \lg W + 3$;
2) $L = 3 \operatorname{tg} W$;
3) $L = -4W^2 - W + 2$;
4) $L = -3 \operatorname{tg} W$;
5) $L = 2W^2 + 3W - 5$.

Задание 24

Функция, участок графика которой может являться кривой Лоренца хотя бы при некоторых значениях параметров a и b (здесь x – доля самых низкооплачиваемых работников, y – доля фонда заработной платы), – это…

1) $y = ax^3 + 1$;
2) $y = a \times \operatorname{tg}(x + 1)$;
3) $y = a \times 2^{x+b}$;
4) $y = a \times \sqrt{x} + \frac{b}{x}$;
5) $y = -\sqrt{\frac{9}{4} - 2x} + \frac{3}{2}$.

Задание 25

Функция, участок графика которой может являться кривой Лоренца хотя бы при некоторых значениях параметров a и b (здесь x – доля самых низкооплачиваемых работников, y – доля фонда заработной платы), – это…

1) $y = a\sqrt{x} - \frac{b}{x}$;
2) $y = a \times ctg\, x$;
3) $y = ax^2 + bx - 3$;
4) $y = \frac{a^x - 1}{a - 1}$;
5) $y = \frac{a + x}{bx}$.

Задание 26

Функция, участок графика которой может являться кривой Лоренца хотя бы при некоторых значениях параметров a и b (здесь x – доля самых низкооплачиваемых работников, y – доля фонда заработной платы), – это…

1) $y = a \times ctg\ x - 1$;
2) $y = a \times x^2 - 1$;
3) $y = a \times \sqrt{x+b}$;
4) $y = a + \dfrac{b}{1-x}$;
5) $y = a \times (\cos x - 1)$.

Задание 27

Функция, участок графика которой может являться кривой Лоренца хотя бы при некоторых значениях параметров a и b (здесь x – доля самых низкооплачиваемых работников, y – доля фонда заработной платы), – это…

1) $y = b \times \sqrt[3]{x+a}$
2) $y = a \times ctg\ x + 1$;
3) $y = a \times \times \sin x$;
4) $y = \dfrac{a}{x-2} + b$;
5) $y = a \times 4^x + 2$.

Выберите все верные утверждения

Задание 28

А) *Рост заработной платы может быть…*

причиной:

1) роста спроса на труд;
2) роста предложения труда;
3) роста величины спроса на труд;
4) роста величины предложения труда;
5) снижения спроса на труд;
6) снижения предложения труда;
7) снижения величины спроса на труд;
8) снижения величины предложения труда;

следствием:

9) роста спроса на труд;
10) роста предложения труда;
11) роста величины спроса на труд;
12) роста величины предложения труда;
13) снижения спроса на труд;
14) снижения предложения труда;
15) снижения величины спроса на труд;
16) снижения величины предложения труда.

Б) *Рост численности занятых может быть…*

причиной:

17) роста спроса на труд;
18) роста предложения труда;
19) роста заработной платы;
20) снижения спроса на труд;
21) снижения предложения труда;

следствием:

22) роста спроса на труд;
23) роста предложения труда;
24) снижения спроса на труд;
25) снижения предложения труда.

Решения и ответы

1. Решения задач

Задача 1

Обозначим равновесное количество труда через L. В условиях рыночного равновесия величина спроса равна величине предложения, т.е.

$$D = S = L.$$

Тогда можем записать:

$$0{,}6\,L^2 - 10{,}8\,L + 84 = -3L^2 + 36L - 60. \qquad (1)$$

Квадратное уравнение (1) имеет два корня: $L_1 = 5$ и $L_2 = 8$.

Однако лишь один из этих корней имеет экономический смысл. Дело в том, что при L=8 производная обратной функции предложения труда оказывается отрицательной:

$$w'(8) = 2\times(-3)\times 8 + 36 = -12,$$

т.е. в окрестностях точки L_2 мы имеем дело с убывающей функцией, что противоречит закону предложения. В то же время при L=5 такого противоречия не наблюдается – в точке L_1 производная обратной функции предложения труда положительна:

$$w'(5) = 2\times(-3)\times 5 + 36 = 6.$$

Но следует ещё убедиться, что корень L_1 является решением, не противоречащим закону спроса, т.е. что при L=5 обратная функция спроса на труд убывает. Значит, производная этой функции при L=5 должна быть отрицательной. Расчёт показывает, что корень L_2 удовлетворяет этому условию:

$$w'(5) = 2\times 0{,}6\times 5 - 10{,}8 = -4{,}8.$$

Итак, численность работников, производящих товар N, в условиях рыночного равновесия, как следует из уравнения (1), равна 5 тыс. чел. Но эта величина теоретически может вывести нас на не имеющее экономического смысла отрицательное значение заработной платы. Убедимся, что этого не случилось.

Подставив это значение либо в обратную функцию спроса на труд, либо в обратную функцию предложения труда, получим величину заработной платы работников, производящих товар N. Например:

$$w = -3\times 5^2 + 36\times 5 - 60 = 45 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Осталось рассчитать годовой фонд оплаты труда работников, производящих товар N (здесь нужно не запутаться в единицах измерения):

$$w\times L\times 12 = 45\times 5\times 12 = 2700 \text{ (млн руб.)}.$$

Ответ: 2700 млн руб.

Задача 2

Поскольку в условиях рыночного равновесия величины спроса и предложения совпадают ($Q_D = Q_S$), приравняем заданные в условии задачи функции, заменив Q_D и Q_S на равновесную численность занятых Q:

$$2Q_D^2 - 40Q_D + 680 = -3\,Q_S^2 + 120Q_S + 5. \qquad (1)$$

Решив полученное квадратное уравнение, находим два корня: $Q_1 = 5$, $Q_2 = 27$.

Однако задача имеет лишь одно решение. Докажем, прежде всего, что больший корень не имеет экономического смысла. Дело в том, что заданная в условии задачи обратная функция спроса имеет минимум в точке с абсциссой $-\dfrac{-40}{2\times 2} = 10$.

Значит, когда $Q = 27$, эта функция возрастает, что противоречит закону спроса. При $Q = 5$ такого противоречия не наблюдается.

Но следует убедиться ещё и в том, что при Q = 5 возрастает, как того требует закон предложения, заданная в условии функция с переменной Q_S. Эта функция, графиком которой является парабола с ветвями, направленными вниз, достигает максимума в точке с абсциссой $-\frac{120}{2\times(-3)}$ = 20.

Значит, при Q = 5 она возрастает. Но это не является окончательным доказательством того, что меньший из корней уравнения (1) имеет экономический смысл. Нужно ещё выяснить, не окажется ли отрицательной вытекающая из его величины равновесная ставка заработной платы. Подставим найденное значение численности занятых либо в обратную функцию спроса, либо в обратную функцию предложения. Например, проведем расчет:

$$W = 2\times5^2 - 40\times5 + 680 = 530 \text{ (долл./чел.)}.$$

Этот результат доказывает, что корень Q_1 удовлетворяет условиям задачи, и она имеет решение.

Осталось рассчитать фонд заработной платы работников отрасли за месяц:

$$530\times5 = 2650 \text{ (тыс. долл.)}.$$

Ответ: 2650 тыс. долл.

Задача 3

Рыночное равновесие предполагает равенство величины спроса и величины предложения:

$$Q_D = Q_S = Q.$$

Значит, должно выполняться условие

$$-10w + 40 = a\times w - 2,$$

откуда выводим равновесную ставку заработной платы:

$$w = \frac{42}{a+10}. \qquad (1)$$

Подставив (1) в функцию спроса, получаем

$$Q = -10\times\frac{42}{a+10}+40 \quad . \qquad (2)$$

Теперь выпишем формулу расчета фонда заработной платы F, используя выражения (1) и (2):

$$F = w\times Q = \frac{42}{a+10}\times\left(-10\times\frac{42}{a+10}+40\right).$$

Согласно условию задачи записываем:

$$\frac{42}{a+10}\times\left(-10\times\frac{42}{a+10}+40\right) = 30. \qquad (3)$$

Элементарные преобразования выражения (3) приводят к квадратному уравнению

$$a^2 - 36a + 128 = 0. \qquad (4)$$

Корнями этого уравнения являются величины a_1 = 4 и a_2 = 32.

Из (1) вытекает, что равновесная цена тогда может принимать соответственно два значения: w_1 = 3 и w_2 = 1.

Но величина w_2 не имеет экономического смысла, т.к. она меньше минимальной заработной платы (равной, согласно условию, 2). Значит, корень a_2 не удовлетворяет условиям задачи. В то же время ставка заработной платы, равная 3, не противоречит этим условиям и, следовательно, является ответом.

Ответ: 3.

Задача 4

Рыночное равновесие предполагает равенство величины спроса и величины предложения:

$$Q_D = Q_S = Q.$$

Значит, должно выполняться условие

$$m \times w + 70 = 5w - 10,$$

откуда выводим равновесную ставку заработной платы:

$$w = \frac{80}{5-m}. \qquad (1)$$

Подставив (1) в функцию предложения, получаем

$$Q = 5 \times \frac{80}{5-m} - 10. \qquad (2)$$

Теперь выпишем формулу расчета фонда заработной платы F, используя выражения (1) и (2):

$$F = w \times Q = \frac{80}{5-m} \times \left(5 \times \frac{80}{5-m} - 10\right).$$

Согласно условию задачи записываем:

$$\frac{80}{5-m} \times \left(5 \times \frac{80}{5-m} - 10\right) = 400. \qquad (3)$$

Элементарные преобразования выражения (3) приводят к квадратному уравнению

$$m^2 - 12m - 45 = 0 \qquad (4)$$

Корнями этого уравнения являются величины $m_1 = -3$ и $m_2 = 15$.

Второй из этих корней не имеет экономического смысла, поскольку при положительном значении параметра m функция спроса оказывается монотонно возрастающей, что противоречит закону спроса.

В то же время первый корень уравнения (4) нас устраивает.

Чтобы найти ответ на вопрос, поставленный в задаче, теперь достаточно подставить в функцию спроса $m = -3$ и $w = 12$:

$$Q_D = -3 \times 12 + 70 = 34.$$

Ответ: 34.

Задача 5

Значения величины спроса и ставки заработной платы имеют экономический смысл лишь в том случае, если они неотрицательны:

$$Q_D \geq 0;$$

$$w \geq 0.$$

Заметим, что значение параметра c в приведенной функции спроса соответствует величине спроса на труд при нулевой заработной плате. Условие $c<0$ приводит нас к отрицательной величине спроса, что экономически бессодержательно. Значит, **$c>0$**.

Теперь обратимся к параметрам a и b.

Проанализируем последовательно два случая: когда a>0 и когда a<0.

Исследуя первый случай, то есть, предполагая, что a>0, целесообразно рассмотреть производную функции $Q(w)$.

Поскольку закону спроса отвечают лишь те участки функции, где её значение убывает с увеличением аргумента, эта производная на интересующем нас интервале отрицательна:

$$Q'_D(w) = 2a \times w + b < 0,$$

откуда

$$b < -2a \times w.$$

Так как и a (по условию), и w (по экономическому смыслу) положительны, из этого неравенства следует, что <u>***b*<0**</u>.

Рассмотрим второй случай, когда a<0.

Заметим, что функция $Q_D(w)$ достигает максимума в точке с абсциссой

$$w_0 = -\frac{b}{2a}.$$

Если допустить, что

$$b>0, \qquad (1)$$

то, учитывая предусмотренное нами в данном случае отрицательное значение a, придём к выводу, что w_0>0.

Значит, на интервале (0; P_0) функция $Q_D(w)$ должна возрастать. Но, согласно условию, $Q_D(w)$ на интервале (0; w_1) является функцией спроса, а стало быть, должна монотонно убывать.

Полученное противоречие приводит к выводу, что сделанное допущение (1) неверно.

Поскольку по условию $b \neq 0$, приходим к заключению, что <u>b<0</u>.

Итак, в обоих случаях мы пришли к необходимости отрицательных значений для b.

Ранее было доказано, что c>0.

Следовательно, <u>**произведение *b*×*c* отрицательно**</u>.

Ответ: Произведение $b \times c$ отрицательно.

Задача 6

Рассмотрим рис. 3.

Как видно из чертежа, квазиренту можно рассчитать как площадь треугольника $W_E A E$.

Общий фонд заработной платы определится как произведение равновесной заработной платы W_E на равновесное количество труда Q_E, или как площадь прямоугольника $0, W_E, E, Q_E$.

Равновесие на рынке труда предполагает выполнение равенства

$$Q_D = Q_S = Q_E.$$

Поэтому, основываясь на условии задачи, записываем:

$$10 + 2\,Q_E = 22 - 4Q_E,$$

откуда $Q_E = 2$.

Подставляя этот результат в обратную функцию предложения труда, находим равновесную заработную плату:

$$W_E = 10 + 2 \times 2 = 14.$$

Далее рассчитываем фонд заработной платы F:

$F = Q_E \times W_E = 2\times4 = 28.$

В треугольнике W_EAE один катет (W_EE) равен Q_E, то есть 2. Длина второго катета (W_EA) равна разности между W_E и значением величины цены труда, при которой величина предложения труда Q_S становится равной нулю, то есть,

$W_EA = 14 – 10 = 4.$

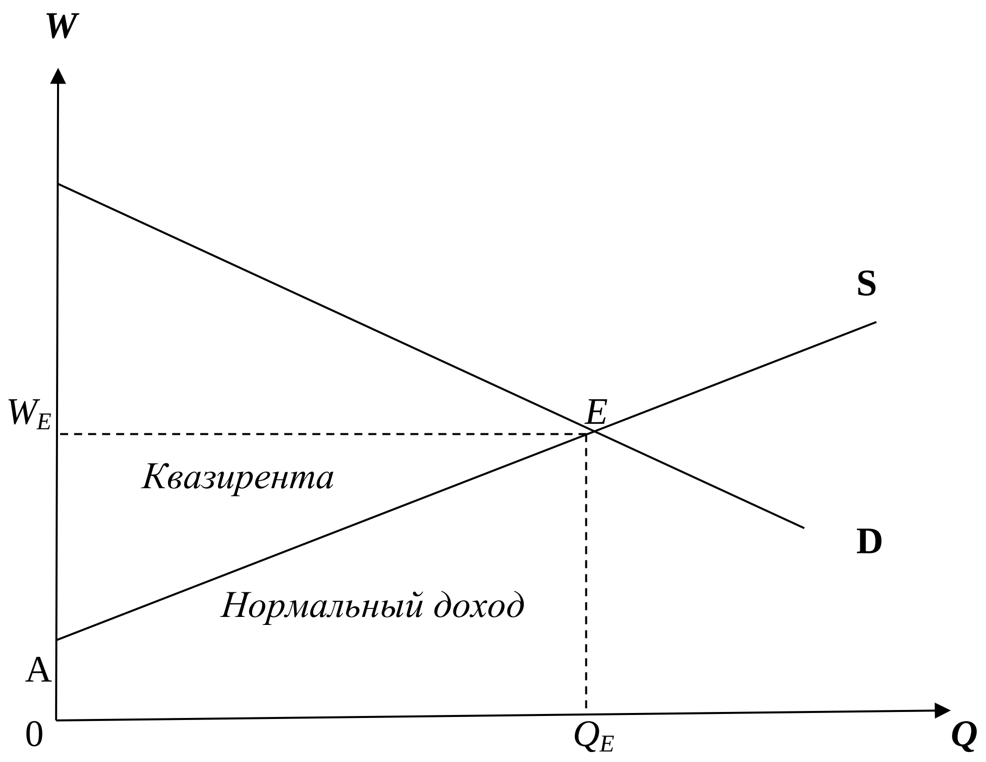

Рис. 3. Равновесие на рынке труда.

Таким образом, величина квазиренты K составляет

$K = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4,$

а нормальный доход N определится как разность между фондом заработной платы и квазирентой:

$N = 28 – 4 = 24.$

Осталось рассчитать долю нормального дохода в общем фонде заработной платы:

$N : F = 24 : 28 = \frac{6}{7}.$

Ответ: $\frac{6}{7}$.

Задача 7

Для удобства дальнейших рассуждений выпишем обратную функцию предложения труда:

$W = 10Q_S – 10c.$ (1)

Обратимся к рис. 4, где представлены кривая спроса на труд D и кривая (в нашем случае – прямая) предложения труда S, пересекающиеся в точке равновесия E.

Констатируем, что длина отрезка $0A$ равна свободному члену функции (1), то есть, $-10c$.

Квазиренту можно рассматривать как площадь прямоугольного треугольника ABE. Заметим, что длина отрезка $0B$ равна равновесной цене труда W_E, а длина отрезка BE равна равновесному количеству труда Q_E.

Таким образом, записываем:

$$8000 = S_{\Delta ABE} = \frac{1}{2}AB \times BE = \frac{1}{2} \times (0B - 0A) \times Q_S = \frac{1}{2}(W_E - (-10c)) \times Q_S. \quad (2)$$

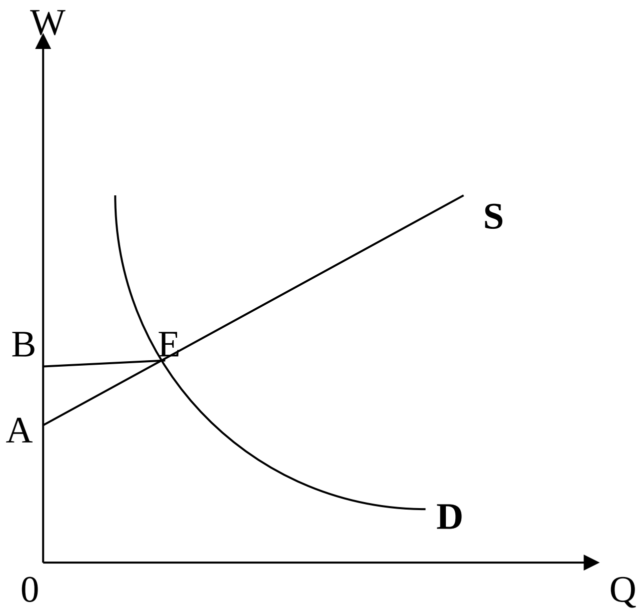

Рис. 4. Равновесие на рынке труда.

Поскольку в точке равновесия $Q_S = Q_E$, переписываем (2), используя функцию (1), в виде

$$8000 = \frac{1}{2}(10\,Q_E - 10c + 10c) \times Q_E,$$

откуда имеем:

$$8000 = 5Q_E^2.$$

Следовательно,

$$Q_E = \sqrt{\frac{8000}{5}} = 40 \text{ (тыс. чел.)}$$

Подставив в заданную в условии задачи функцию спроса найденное значение Q_E, можем определить величину W_E:

$$40 = 0{,}001\,W_E - 2\,W_E + 550. \qquad (3)$$

Корнями выписанного квадратного уравнения являются величины 300 и 1700. Но больший из корней не удовлетворяет условиям задачи. Дело в том, что при $W_E = 1700$ производная заданной функции спроса оказывается положительной:

$$Q_D' = 2 \times 0{,}001 \times 1700 = 1{,}4 > 0.$$

А это противоречит закону спроса.

Следовательно, уравнение (3) имеет единственное экономически содержательное решение:

$W_E = 300$ долл./чел.

Теперь мы можем рассчитать общий месячный фонд оплаты труда работников отрасли F:

$$F = Q_E \times W_E = 40 \times 300 = 12000 \text{ (тыс. долл.)}.$$

Нормальный доход N определится как разность между общим фондом оплаты труда и квазирентой:

$$N = 12000 - 8000 = 4000 \text{ (тыс. долл.)}.$$

Ответ: 4 млн долл.

Задача 8

Равновесие на рынке труда предполагает выполнение равенства

$$Q_D = Q_S = Q_E.$$

Анализируя рис. 5, приходим к выводу, что фонд заработной платы – это площадь прямоугольника $0, W_E, E, Q_E$, а квазирента – это разность между площадью этого прямоугольника и площадью криволинейной трапеции $0, M, E, Q_E$.

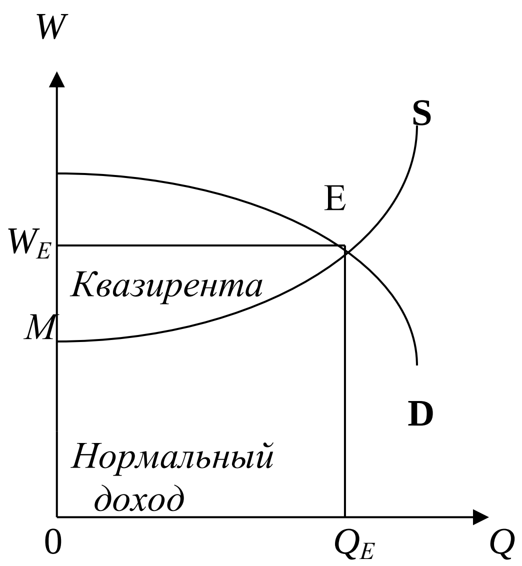

Рис. 5. Равновесие на рынке труда.

Таким образом, из условий задачи вытекает равенство

$$\frac{W_E \times Q_E - \int_0^{Q_E} (\frac{1}{18} Q^2 + 2Q + c) dQ}{W_E \times Q_E} = \frac{1}{6}.$$

Преобразования этого равенства после подстановки обратной функции предложения труда приводят к выражению

$$6 \int_0^{Q_E} (\frac{1}{18} Q^2 + 2Q + c) dQ = 5Q_E \times (\frac{1}{18} Q^2 + 2Q + c,$$

откуда имеем:

$$6 \times (\frac{1}{54} Q_E^3 + Q_E^2 + c \times Q_E) = 5 Q_E \times (\frac{1}{18} Q^2 + 2Q + c). \qquad (1)$$

Заметим, что входящее в это уравнение значение Q определяется условием равновесия на рынке, что позволяет провести сокращение правой и левой части (1) на $Q=Q_E$, в результате чего после рутинных преобразований приходим к равенству

$$c = \frac{1}{6}Q^2 + 4Q. \qquad (2)$$

В условиях равновесия цена спроса равна цене предложения и выполняется равенство $Q_E=Q_D$, что позволяет, с учетом (2), записать:

$$\frac{1}{18}Q^2 + 2Q + \frac{1}{6}Q^2 + 4Q = -\frac{1}{12}Q^2 - \frac{1}{2}Q + 50.$$

Полученное равенство преобразуется в квадратное уравнение

$$11Q^2 + 234Q - 1800 = 0.$$

Меньший из корней этого уравнения отрицателен и, стало быть, не имеет экономического смысла, а второй корень равен 6. Однако найденное положительное значение равновесного количества труда ещё не означает, что оно удовлетворяет условию задачи. Необходимо убедиться, что оно имеет экономический смысл, т.е., во-первых, в том, что при $Q_E=6$ функция, представленная как обратная функция спроса на труд, убывает, а функция, заявленная как обратная функция предложения труда, – возрастает, и, во-вторых, – в том, что при этом равновесная цена положительна. Рассчитаем производные соответствующих функций в найденной нами точке:

Для обратной функции спроса на труд

$$W'(6) = -2 \times \frac{1}{12} \times 6 - \frac{1}{2} = -1{,}5 < 0,$$

для обратной функции предложения труда

$$W'(6) = 2 \times \frac{1}{18} \times 6 + 2 = \frac{8}{3} > 0.$$

Таким образом, первое испытание найденная нами величина Q_E выдержала.

Теперь, подставляя $Q_E=6$ в функцию спроса на труд, рассчитываем равновесную цену труда (среднюю заработную плату работников отрасли):

$$W_E = -\frac{1}{12} \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 6 + 50 = 44.$$

Поскольку W_E оказалась величиной положительной, заключаем, что найденное значение Q_E имеет экономический смысл.

Осталось рассчитать фонд заработной платы:

$$Q_E \times W_E = 6 \times 44 = 264.$$

Ответ: 264.

Примечание.

Значения параметра c легко рассчитать по формуле (2), но для того, чтобы ответить на вопрос задачи, знать эту величину не требуется.

Задача 9

Пусть до изобретения товара-заменителя графики функций спроса на труд и предложения труда работников, производящих товар T, выглядели соответственно как D и S на рис. 6. Тогда при точке равновесия E_1 равновесная заработная плата составляла W_1, а равновесное количество труда равнялось Q_1.

Заработок работников, следовательно, составлял величину

$$Z_1 = W_1 \times Q_1.$$

Появление дешёвого заменителя привело к падению спроса на товар T, а следовательно, к снижению спроса на труд производящих его работников. То есть, кривая спроса на труд сдвинулась влево (линия D' на рис. 6). Новые, определяемые точкой равновесия E_2, значения равновесного количества труда и заработной платы, Q_2 и W_2 оказались меньше первоначальных значений.

Значит,

$$Q_2 = 0{,}9\ Q_1$$

и

$$W_2 = 0{,}9\ W_1.$$

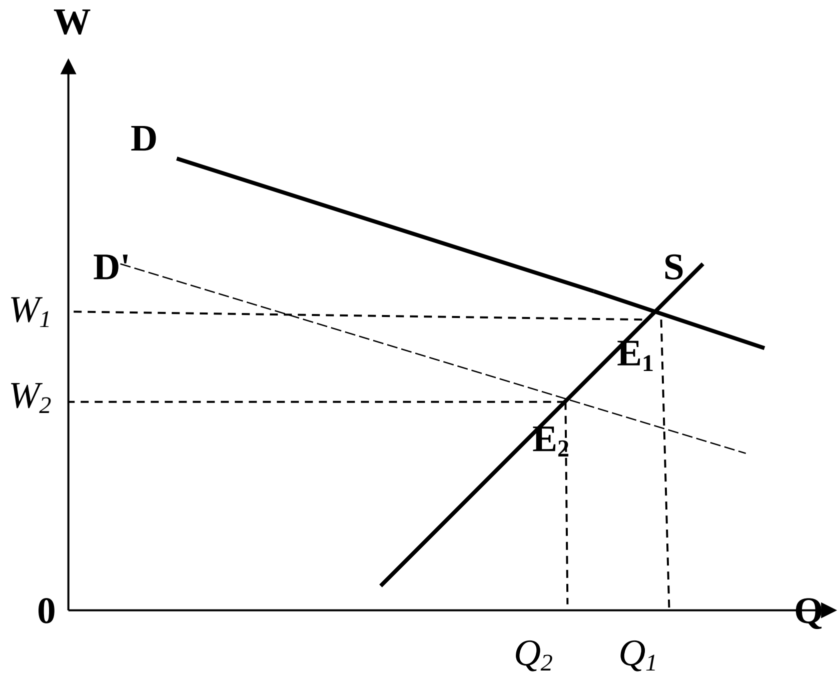

Рис. 6. Графики спроса на труд и предложения труда работников,

производящих товар *T*.

Выпишем теперь новое значение общего заработка работников, производящих товар *T*:

$$Z_2 = W_2 \times Q_2 = 0{,}9W_1 \times 0{,}9Q_1 = 0{,}81\ W_1 \times Q_1 = 0{,}81\ Z_1.$$

Таким образом, заработок работников сократился на 0,19, или на 19% от первоначального значения.

Ответ: Сократился на 19%.

Задача 10

Пусть до повышения возраста выхода на пенсию кривые спроса и предложения труда выглядели соответственно как D и S на рис. 7. Равновесная заработная плата в этот момент составляла W_0.

При неизменности остальных неценовых детерминант предложения труда повышение пенсионного возраста приводит к смещению кривой предложения S вправо, в положение S'.

Заработная плата W_0 по условию задачи оказалась без изменения. Это означает, что точка равновесия перемещается из E в E' – точку пересечения кривой S' и прямой W_0E. Через эту точку пройдёт новая кривая спроса на труд D'.

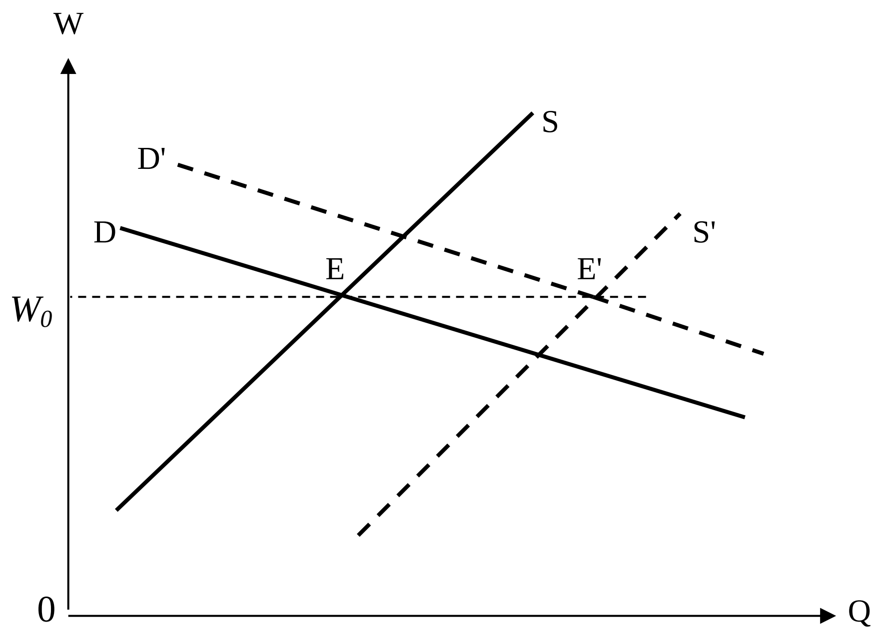

Рис. 7. Графики спроса на труд и предложения труда в отрасли.

Наблюдаемое на рис. 7 смещение кривой спроса вправо свидетельствует о том, что спрос на труд вырос. Это может быть объяснено увеличением спроса на продукцию отрасли. А такой рост спроса должен быть связан с *увеличением* числа покупателей на рынке (учитывая, что все незарплатные факторы спроса, кроме числа покупателей, согласно условию, не менялись).

Ответ: Увеличилось.

Задача 11

До сокращения призыва кривые спроса и предложения труда в отрасли выглядели соответственно как D и S (см. рис. 8). Равновесная заработная плата в это время составляла W_0.

Уменьшение призыва при стабильности остальных неценовых детерминант предложения труда привело к смещению кривой предложения вправо, в положение S_1.

Согласно условию задачи, заработная плата W_0 осталась на прежнем уровне, следовательно, точка равновесия переместилась из E в E_1 (точку пересечения кривой S_1 и прямой P_0E). Значит, кривая спроса на труд, которая должна пройти через точку E_1, сместится в положение D_1, т.е. вправо.

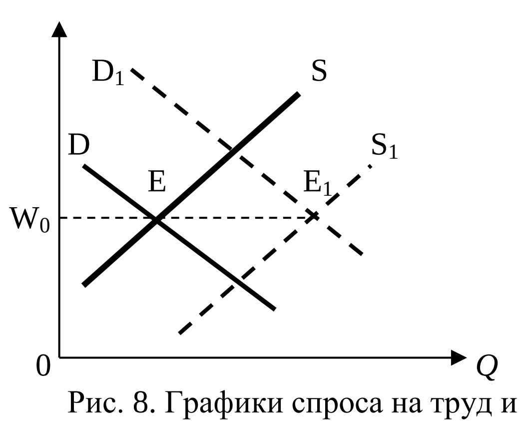

Рис. 8. Графики спроса на труд и предложения труда в отрасли.

Такое смещение свидетельствует о том, что спрос на труд вырос. Причиной этого роста может быть увеличение спроса на продукцию отрасли. А это увеличение должно быть связано с *подорожанием* товара-заменителя (учитывая, что все незарплатные факторы спроса, кроме цены заменителя, согласно условию не менялись).

Ответ: Подорожал.

Задача 12

До изменения продолжительности рабочего дня кривые спроса и предложения труда в отрасли выглядели соответственно как D и S (см. рис. 9). Равновесная заработная плата в это время составляла W_0 долл. в час.

Уменьшение продолжительности рабочего дня при стабильности остальных неценовых детерминант предложения труда привело к смещению кривой предложения вправо, в положение S_1.

Согласно условию задачи, заработная плата W_0 осталась на прежнем уровне, следовательно, точка равновесия переместилась из E в E_1 (точку пересечения кривой S_1 и прямой W_0E). Значит, кривая спроса на труд, которая должна пройти через точку E_1, сместится в положение D_1, т.е. вправо.

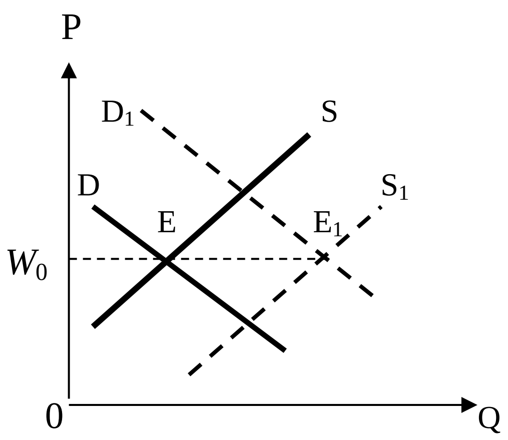

Рис. 9. Графики спроса и предложения труда в отрасли.

Такое смещение свидетельствует о том, что спрос на труд вырос. Причиной этого роста может быть увеличение спроса на продукцию рассматриваемой отрасли. А это увеличение должно быть связано с *подорожанием* товара-заменителя (учитывая, что все неценовые факторы спроса, кроме цены заменителя, согласно условию не менялись).

Ответ: Подорожал.

Примечание.

В этой задаче существенно, что цена труда рассматривается как почасовая оплата (и, соответственно, количество труда измеряется в человеко-часах). Если бы единицей труда была заработная плата работника за месяц (неделю, год), а количество труда измерялось бы числом занятых, то изменение продолжительности рабочего дня привело бы к сдвигу не только кривой предложения труда, но и кривой спроса на труд. В этом случае задача не имела бы однозначного решения.

Задача 13

Постоянную эластичность во всех точках, равную l, имеют функции вида $y=kx^l$.

Отсюда вытекает, что в нашем случае функция спроса на труд имеет вид

$$Q_D = \frac{a}{W},$$

а функция предложения труда – вид

$$Q_S = b \times W,$$

где Q_D – величина спроса в тысячах рабочих часов,

Q_S – величина предложения в тысячах рабочих часов,

W – заработная плата в рублях за час.

Используя приведенные в условии задачи данные, выписываем два уравнения

$$200 = \frac{a}{50},$$

откуда

$$a = 10000, \qquad (1)$$

и

$$50 = b \times 50,$$

откуда

$$b = 1. \qquad (2)$$

Поскольку в условиях равновесия величины спроса и предложения совпадают, записываем:

$$Q_D = Q_S.$$

Тогда с учетом (1) и (2) приходим к равенству

$$\frac{10000}{W} = W. \qquad (3)$$

Квадратное уравнение (3) имеет единственный положительный, т.е. имеющий экономический смысл, корень –

$W = 100$,

который и является ответом на вопрос, заданный в задаче.

Ответ: 100 тыс. человеко-часов.

Задача 14

Согласно первому закону Машалла-Хикса при прочих равных условия прямая эластичность спроса на труд по зарплате тем выше, чем выше ценовая эластичность спроса на конечную продукцию фирмы.

Рассчитаем значения эластичности спроса на рассматриваемый продукт в двух точках.

При цене, составляющей 2 тыс. руб./шт. эластичность E_1 определится как

$$E_1 = -Q'(2) \times \frac{2}{Q(2)} = -(-2\times2-15) \times \frac{2}{-2^2-15\times2+80}) \approx 0{,}9.$$

При цене, составляющей 3 тыс. руб./шт., эластичность E_2 составит

$$E_2 = -Q'(3) \times \frac{3}{Q(3)} = -(-2\times3-15) \times \frac{3}{-3^2-15\times3+80}) \approx 2{,}4.$$

Поскольку $E_2 > E_1$, приходим к выводу, что более высокая эластичность спроса на труд будет наблюдаться при цене, равной 3 тыс. руб./шт.

Ответ: При цене P_2=3 тыс. руб./шт.

Задача 15

Эластичность спроса на труд землекопов согласно третьему закону Маршалла-Хикса находится в прямой зависимости от эластичности предложения заменяющих их труд экскаваторов.

Эластичность предложения E в нашем случае выразится как

$$E = Q' \times \frac{P}{Q} = (P^2 + P + \frac{1}{4})' \times \frac{P}{P^2 + P + \frac{1}{4}} = (2P+1) \times \frac{P}{P^2 + P + \frac{1}{4}} = \frac{2P^2 + P}{P^2 + P + \frac{1}{4}}.$$

Выпишем формулы для производной эластичности предложения:

$$E' = \frac{(2 \times 2P + 1) \times (P^2 + P + \frac{1}{4}) - (2P+1) \times (2P^2 + P)}{(P^2 + P + \frac{1}{4})^2} =$$

$$= \frac{4P^3 + P^2 + 4P^2 + P + P + \frac{1}{4} - (4P^3 + 2P^2 + 2P^2 + P)}{(P^2 + P + \frac{1}{4})} = \frac{P^2 + P + \frac{1}{4}}{(P^2 + P + \frac{1}{4})^2} = \frac{1}{P^2 + P + \frac{1}{4}}.$$

Поскольку цена P – величина заведомо положительная, приходим к выводу, что производная предложения экскаваторов положительна при всех допустимых значениях цены.

Значит, по мере роста цены эластичность предложения монотонно возрастает. А поскольку согласно закону предложения с ростом цены растет и величина предложения, делаем вывод: эластичность предложения экскаваторов растет вместе с увеличением их выпуска.

Отсюда, в соответствии с третьим законом Маршалла-Хикса, следует, что с ростом производства экскаваторов увеличивается эластичность спроса на труд землекопов.

Ответ: Увеличивается.

Задача 16

Построим чертеж (см. рис. 10). Здесь по оси 0W отложены ставки заработной платы, по оси 0Q – значения величины предложения, l – кривая предложения, $\mathrm{M} \in l$, 0M – касательная к l.

Коэффициент эластичности предложения E в точке M, как известно, рассчитывается по формуле

$$E = f'(W_\mathrm{M}) \times \frac{W_M}{Q_M}, \qquad (1)$$

где $f(W)$ – функция предложения,

W_M – заработная плата в точке M,

Q_M – величина предложения в точке M.

Вспомним теперь, что величина производной в данной точке равна тангенсу угла наклона касательной к этой точке к оси, по которой откладываются значения аргумента. В нашем случае

$$f'(W_\mathrm{M}) = tg\ \mathrm{M}0W_M. \qquad (2)$$

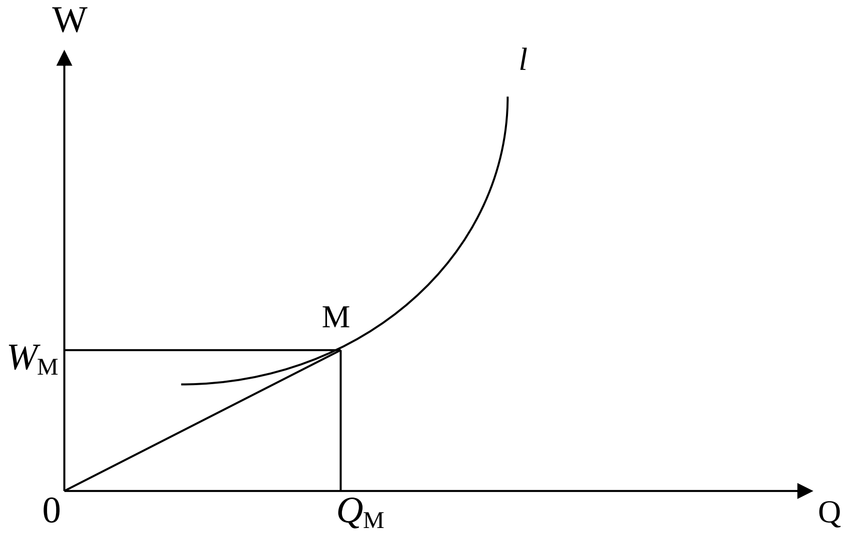

Рис. 10. Кривая предложения труда и касательная к ней.

Далее, рассматривая треугольник $0Q_M\,M$, можем записать:

$$\frac{W_M}{Q_M} = ctg\ \text{М}0W_M. \qquad (3)$$

Тогда, обратившись к (1), (2) и (3), получаем:

$$E = tg\ \text{М}0W_M \times ctg\ \text{М}0W_M = 1.$$

Ответ: 1.

Задача 17

Начнем с геометрии. Поскольку согласно условию задачи касательная AB пересекается с осью $0Q$, угол $MA0$ не является прямым. В силу этого прямым углом в треугольнике $MA0$ является угол $AM0$. Следовательно,

$$\angle\ 0AM = 180°–90°–30° = 60°,$$

а

$$\angle\ WAM = 180°–60° = 120°.$$

Опустив из точки M на ось $0Q$ перпендикуляр MC (см. рис. 11), определяем, что, учитывая условие задачи, в прямоугольном треугольнике $M0C$

$$\angle\ M0C = 90°–30° = 60°.$$

Теперь выпишем формулу эластичности функции спроса на труд по заработной плате для точки M:

$$E_M = -f'(W_\text{М}) \times \frac{W_M}{Q_M}. \qquad (1)$$

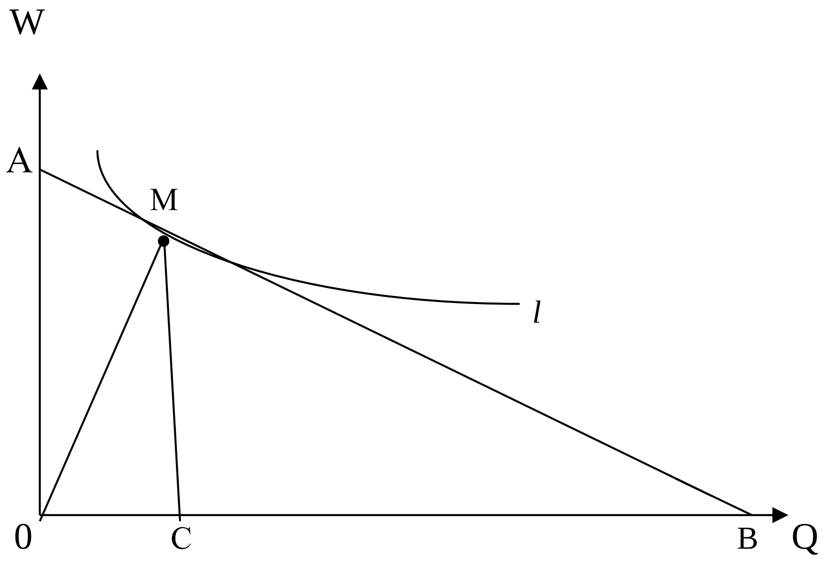

Рис. 11. Кривая спроса на труд и касательная к ней.

Здесь $E_М$ – эластичность спроса в точке М, $f(W)$ – функция спроса (а значит, $f(W_М)$ – величина спроса при цене труда, равной $W_М$), $W_М$ – заработная плата, соответствующая точке М на кривой спроса.

На нашем рисунке W_M = МС, $f(W_М)$=0С. Таким образом, рассматривая треугольник 0МС, можем записать:

$$\frac{W_M}{f(W_M)} = \frac{MC}{0C} = tg\ \text{M0C} = tg\ 60°. \qquad (2)$$

Далее вспомним, что значение производной в точке равно тангенсу наклона касательной к графику функции в этой точке к оси, на которой отложены значения аргумента. В силу этого имеем:

$$f'(W_M) = tg\ WAM = tg\ 120°. \qquad (3)$$

Теперь с учетом (2) и (3) по формуле (1) можно без труда вычислить точечную эластичность:

$$E_M = -tg\ 120° \times\ tg\ 60° = -(-\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 3.$$

Ответ: 3.

Задача 18

Как известно, эластичность спроса в точке М ($E_М$) определяется по формуле

$$E_M = -f'(W_М) \times \frac{W_M}{Q_M}. \qquad (1)$$

где *f(W)* – функция спроса на труд от заработной платы *W*.

Вспомним теперь, что значение производной в точке равно тангенсу наклона касательной к графику функции в этой точке к оси, на которой отложены значения аргумента. В силу этого записываем:

$f'(W_M) = tg$ WBM (см. рис. 12).

Таким образом, преобразуя (1), имеем основание записать:

$$E_M = -tg\ \mathrm{WBM} \times \frac{W_M}{Q_M}. \qquad (2)$$

Опустив из точки М перпендикуляр МК на ось 0W и рассматривая Δ0КМ, приходим к выводу:

$$\frac{W_M}{Q_M} = ctg\ \mathrm{M0K}.$$

При этом $W_М = 2$, $Q_М = 4$, т.е.

$$ctg\ \mathrm{M0K} = \frac{1}{2}. \qquad (3)$$

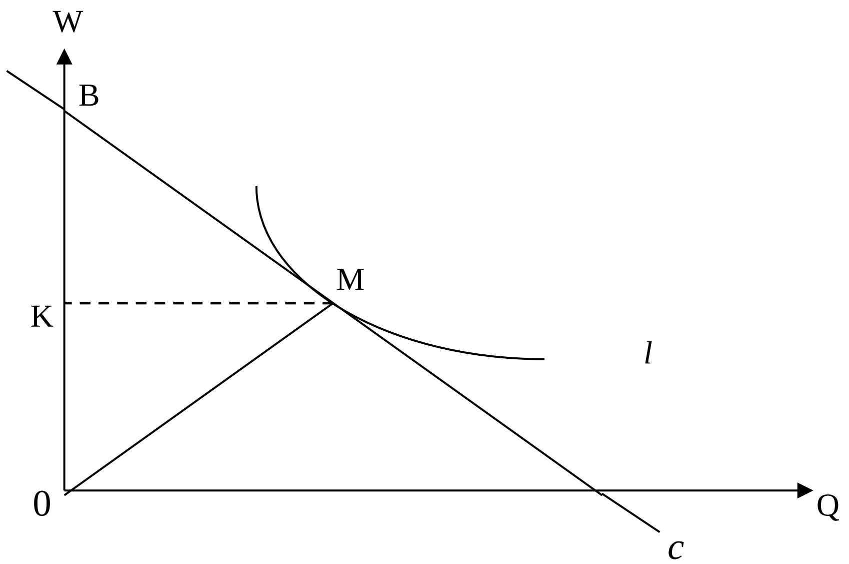

Рис. 12. Кривая спроса на труд и касательная к ней.

Рассматривая Δ0ВМ, можем записать:

tg 0BM = tg (180º – $\angle$0MB – $\angle$M0B), откуда с учётом (3)

$$tg\ 0BM = tg\ (180^o - 45^o - arcctg\ M0B) = tg\ (135^o - arcctg\ M0B) =$$

$$= \frac{-1-tg(arcctgM0B)}{1+(-1)\times tg(arcctgM0B)} = \frac{-1-2}{1+(-1)\times 2} = 3. \qquad (4)$$

Поскольку tg WBM = – tg 0BM, преобразуем (2), используя (3) и (4):

$$E_M = -(-3)\times\frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Ответ: $\frac{3}{2}$.

Задача 19

Вспомним, что под эластичностью спроса экономисты понимают эластичность функции спроса, которая всегда отрицательна, взятую с обратным знаком. По условию задачи эластичность спроса на труд в точке рыночного равновесия максимальна. Значит, нам следует заняться поиском *минимального* значения эластичности функции $L(W)$.

Обозначив точечную эластичность функции спроса на труд через E_L, записываем:

$$E_L = \frac{L'\times W}{L} = \frac{(2\times 0{,}04W-4)\times W}{0{,}04W^2-4W+156{,}25} = \frac{0{,}08W^2-4W}{0{,}04W^2-4W+156{,}25}.$$

Минимум этой функции достигается, когда $E_L{}'=0$. Поэтому записываем:

$$E_L' = \left(\frac{0{,}08W^2-4W}{0{,}04W^2-4W+156{,}25}\right)' =$$

$$= \frac{(0{,}08\times 2W-4)\times(0{,}04W^2-4W+156{,}25)-(0{,}04\times 2W-4)\times(0{,}08W^2-4W)}{(0{,}04W^2-4W+156{,}25)^2} = 0.$$

Элементарные преобразования этого равенства приводят к уравнению

$$-0{,}16W^2 + 25W - 625 = 0. \qquad (1)$$

Корнями полученного квадратного уравнения являются W_1=31,25 тыс. руб. и W_2=125 тыс. руб.

Проверим, удовлетворяют ли найденные значения W условиям задачи.

Прежде всего, покажем, что корень W_2 уравнения (1) нас не устраивает. Дело в том, что функция $L = 0{,}04W^2 - 4W + 156{,}25$ достигает минимума, когда $L' = 0$, т.е.

$$0{,}04 \times 2W - 4 = 0,$$

откуда W=50, и, значит, величина спроса L при значениях W, превышающих 50, с ростом заработной платы возрастает, что противоречит закону спроса.

В точке W_1 закон спроса соблюдается. Убедимся, что при этом данная особая точка является минимумом функции $E_L(W)$. Сравним значение $E_L(W_1) = E_L(31{,}25)$ со значениями $E_L(W)$, лежащими в окрестностях этой точки. Расчёты показывают: $E_L(31{,}25) \approx -0{,}667$; $E_L(30) \approx -0{,}664$; $E_L(40) \approx -0{,}531$. То, что значения функции $E_L(W)$ в окрестностях особой точки больше, чем значение $E_L(W_1)$, доказывает, что мы имеем дело с точкой минимума. Следовательно, корень W_1 условиям задачи удовлетворяет.

Теперь легко найти равновесную величину спроса на труд:

$$L = 0{,}04W_1{}^2 - 4W_1 + 156{,}25 = 0{,}04\times(31{,}25)^2 - 4\times 31{,}25 + 156{,}25 =$$

$$= 70{,}3125 \text{ (тыс. чел.)}.$$

Дробное значение численности занятых не должно нас смущать: его можно трактовать как результат неполной занятости части работников.

В заключение рассчитаем годовой фонд заработной платы работников, занятых выпуском товара *N* (тут нужно не ошибиться с единицами измерения):

31,25 × 12 × 70,3125 = 26367,1875 (млн руб.).

Ответ: 26367,1875 млн руб.

Задача 20

Подставляя в приведенную в условии задачи формулу выручки заданную там же функцию $Q(L)$, получаем:

$$TR = 50\times(-0{,}07L^2 + 2\,L). \qquad (1)$$

Поскольку согласно упомянутой функции единственным переменным фактором производства для предприятия является труд, переменные издержки фирмы за месяц в тыс. руб. *VC* определятся просто:

$$VC = 30\,L. \qquad (2)$$

Максимум прибыли на рынке совершенной конкуренции, как известно, достигается, когда предельный доход равен предельным издержкам, или, что то же самое, предельным переменным издержкам, т.е. при выполнении равенства $TR' = VC'$.

В силу этого, основываясь на (1) и (2), записываем:

$$50\times(-2\times\,0{,}007\,L + 2) = 30. \qquad (3)$$

Решив это уравнение, получаем численность работников, обеспечивающую фирме максимальную прибыль: L = 100 чел.

Правая часть равенства (3) – это заработная плата работников фирмы – w – в рублях в месяц, т.е.

$$-0{,}7L + 100 = w,$$

откуда получаем

$$L = \frac{100-w}{0{,}7}. \qquad (4)$$

Выведенное выражение (4) – это убывающая функция, определяющая зависимость количества труда, выраженного в численности занятых, от цены труда *w*, т.е. не что иное, как функция спроса на труд.

Рассчитаем эластичность спроса на труд при *w*=30:

$$E = -\,L'(w)\times\frac{w}{L} = -\left(\frac{100-w}{0{,}7}\right)'\times\frac{w}{\frac{100-w}{0{,}7}} = -\left(-\frac{1}{0{,}7}\times\frac{30\times0{,}7}{100-30}\right) = \frac{3}{7}.$$

Ответ: $\frac{3}{7}$.

Задача 21

Постоянную эластичность во всех точках, равную l, имеют функции вида $y=kx^l$.

Отсюда вытекает, что в нашем случае мы можем выписать следующие зависимости.

Функция спроса на труд садовников от их зарплаты запишется в виде

$$Q = b\times W^p, \qquad (1)$$

где Q – величина спроса,

W – заработная плата садовников,

b – положительный параметр.

Функция, связывающая величину спроса на труд садовников с зарплатой парикмахеров, будет иметь вид

$$Q = c \times w^r, \qquad (2)$$

где w – заработная плата парикмахеров,

c – положительный параметр.

Наконец, функция, связывающая величину спроса на труд парикмахеров с заработной платой садовников, запишется как

$$q = d \times W^s, \qquad (3)$$

где q – величина спроса на труд парикмахеров,

d – положительный параметр.

Заметим, что показатель степени p, чтобы задача имела экономический смысл, должен быть отрицательным – иначе не будет выполняться закон спроса. Что же касается знаков r и s, то пока о них ничего сказать нельзя.

К ответу приводят теперь следующие несложные преобразования.

Из (1) и (2) следует:

$$b \times W^p = c \times w^r,$$

откуда

$$W = \left(\frac{c}{b}\right)^{1/p} \times w^{r/p}. \qquad (4)$$

С учетом (4) формула (3) приобретает вид

$$q = d \times \left(\frac{c}{b}\right)^{s/p} \times w^{rs/p}. \qquad (5)$$

Теперь констатируем, что (5) – это функция спроса на труд парикмахеров от их заработной платы с *постоянной, не зависящей от заработной платы,* эластичностью этой функции, равной rs/p. Тем самым, эластичность спроса на трудовые услуги парикмахеров равна $-rs/p$.

Ранее мы установили, что p должно быть отрицательным. Закон спроса требует, чтобы отрицательной была и дробь rs/p. следовательно, задача имеет решение при условии, что показатели степени r и s имеют один знак.

Ответ: Если $p<0$ и $rs>0$, то прямая точечная эластичность спроса на труд парикмахеров равна $-rs/p$. В противном случае задача не имеет решения.

Задача 22

Введём обозначения:

E – общая численность занятых, млн чел.,

L – численность трудовых ресурсов, млн чел.

Исходные данные задачи позволяют найти численность трудовых ресурсов:

$$L = \frac{0,2}{0,04} = 5 \text{ (млн чел.)},$$

а также вывести уравнение, из которого легко определить общее число занятых:

$$\frac{0,2}{E+0,2} = 0,05,$$

что даёт

$E = 3,8$ млн чел.

Численность занятых в возрасте до N лет определяется как

$$5 - 0,2 - 0,99 = 3,81 \text{ (млн чел.)}.$$

Значит, число занятых в возрасте старше N лет равно
$3{,}81 - 3{,}8 = 0{,}01$ (млн чел.).

Ответ: 0,01 млн чел.

Задача 23

Обозначим через a численность занятых, а через b – численность безработных в 2001 году. Тогда уровень безработицы R (в процентах) рассчитывается по формуле

$$R = \frac{b}{a+b} \times 100.$$

Исходные данные задачи позволяют записать для 2001 года:

$$20 = \frac{b}{a+b} \times 100, \qquad (1)$$

а для 2002 года:

$$R = \frac{(1-0{,}4) \times b}{(1+0{,}1)a + (1-0{,}4) \times b} \times 100. \qquad (2)$$

Из равенства (1), после элементарных преобразований получаем:

$$a = 4b. \qquad (3)$$

Подставляя (3) в равенство (2), имеем:

$$R = \frac{0{,}6 \times b}{1{,}1 \times 4b + 0{,}6 \times b} \times 100 = 0{,}12 = 12\%.$$

Ответ: 12%.

Задача 24

Обозначим через a численность занятых, а через b – численность безработных в 2001 году.

Положим, в 2002 году по сравнению с 2001 годом численность безработных изменилась в x раз.

Вспомним, что уровень безработицы R (в процентах) рассчитывается по формуле

$$R = \frac{b}{a+b} \times 100.$$

Тогда исходные данные задачи позволяют записать для 2001 года:

$$20 = \frac{b}{a+b} \times 100, \qquad (1)$$

а для 2002 года:

$$16 = \frac{x \times b}{1{,}05a + x \times b} \times 100. \qquad (2)$$

Из равенства (1), после элементарных преобразований получаем:

$$\frac{a}{b} = 4. \qquad (3)$$

Преобразуя равенство (2), имеем:

$$\frac{100}{16} = \frac{1{,}05a}{x \times b} + 1,$$

что с учетом (3) преобразуется к виду

$$\frac{84}{16} = \frac{1{,}05 \times 4}{x},$$

откуда

$$x = \frac{4{,}2 \times 16}{84} = 0{,}8.$$

Следовательно, численность безработных сократилась на
1 – 0,8 = 0,2 = 20%.

Ответ: Снизилась на 20%.

Задача 25

Решим задачу в общем виде.
Введём обозначения:
u –общее число безработных, тыс. чел.,
m – доля мужчин среди безработных, %,
a– уровень безработицы среди мужчин, %,
b – уровень безработицы среди женщин, %.

Тогда число безработных мужчин равно $u \times \frac{m}{100}$, а безработных женщин – $u \times (1 - \frac{m}{100})$.

Численность экономически активных мужчин теперь запишется как

$$\frac{u \times \frac{m}{100}}{\frac{a}{100}} = \frac{u \times m}{a},$$

а экономически активных женщин – как

$$\frac{u \times (100 - m)}{100} : \frac{b}{100} = \frac{u \times (100 - m)}{b}.$$

Стало быть, общая численность экономически активного населения составит

$$\frac{u \times m}{a} + \frac{u \times (100 - m)}{b}$$

Тогда общий уровень безработицы в процентах рассчитается как

$$\frac{u \times 100}{\frac{u \times m}{a} + \frac{u \times (100 - m)}{b}} = \frac{100}{\frac{m}{a} + \frac{100 - m}{b}}. \qquad (1)$$

Подставив в (1) исходные данные задачи, получим:

$$\frac{100}{\frac{60}{12} + \frac{100 - 60}{8}} = 10(\%).$$

Ответ: 10%.

Задача 26

Обозначим численность молодёжи в 2001 году через N, численность занятых молодых людей в том же году – через E, а численность безработных среди молодёжи – через U.

Тогда на основе исходных данных задачи можем записать:

$$\frac{U}{0{,}7N} = 0{,}1,$$

откуда

$$U = 0{,}07\,N.$$

Значит, численность занятой молодёжи в 2001 г. определится как

$$E = 0{,}7\,N - 0{,}07\,N = 0{,}63\,N.$$

Искомая доля безработных молодых людей в 2002 году x теперь может быть рассчитана следующим образом:

$$x = \frac{\frac{161}{160}N \times 0{,}8 - 1{,}15 \times 0{,}63N}{\frac{161}{160}N} = 0{,}08 = 8\%.$$

Ответ: 0,08, или 8%.

Задача 27

Путей решения этой задачи довольно много. Мы рассмотрим здесь один из них.

Займёмся в первую очередь определением цены изделия A.

Введём обозначения:

x – число рабочих, занятых производством изделия A, чел.,

FC – постоянные издержки мастерской, руб. за день,

Pr – прибыль мастерской, руб. за день.

Тогда численность рабочих, занятых производством изделия B, составит

$(60 - x)$ чел.,

объём выпуска изделия A, определяемый как произведение количества занятых изготовлением этого изделия на их производительность труда, запишется в виде формулы

$$Q = 20x, \qquad (1)$$

а объём производства изделия B, по аналогии, – в виде формулы

$$q = 30\times(60 - x); \qquad (2)$$

дневная выручка от выпуска изделия A – это произведение $Q\times P$, а от выпуска изделия B – произведение $q\times p$;

переменные издержки на производство изделия A за день равны $80Q$, а на производство изделия B – равны $100q$.

Следовательно, дневной объём прибыли мастерской, то есть разность между суммарной выручкой и совокупными издержками, выразится таким образом:

$$Pr = Q\times P + q\times p - (80Q + 100q + FC). \qquad (3)$$

Именно это функцию сводит к максимуму владелец мастерской.

Неизвестная величина Q из функции (3) выражена через P в условии задачи. Выразим через P также переменные q и p.

Начнём с того, что подставим заданную в условии функцию спроса на изделия вида A в (1):

$$960 - 6P = 20x.$$

Отсюда

$$x = 48 - 0{,}3P.$$

Теперь, подставив полученное выражение для x в (2), имеем:

$$q = 30\times(60 - 48 + 0{,}3P) = 360 + 9P. \qquad (4)$$

Если далее подставить (4) в заданную в условии функцию спроса на изделия вида B, получим равенство

$$360 + 9P = 3180 - 3p.$$

Отсюда

$$p = 940 - 3P. \qquad (5)$$

Наконец, подставив функцию спроса на изделия вида *A*, а также (4) и (5) в (3), запишем:

$$PR = (960 - 6P) \times P + (360 + 9P) \times (940 - 3P) - 80 \times \times (960 - 6P) - -100 \times (360 + 9P) - FC,$$

откуда после элементарных, но громоздких, а потому требующих большой аккуратности преобразований получаем:

$$Pr = -33P^2 + 7920P + S - FC, \qquad (6)$$

где S – константа.

Для порядка можно уточнить: $S = 360 \times 940 - 80 \times 960 - 100 \times 360 = 225600$. Однако для того, чтобы ответить на вопросы нашей задачи, значение этой величины знать не требуется и, строго говоря, его можно и не рассчитывать.

График функции (6) – это парабола с ветвями, направленными вниз. Максимальному значению этой функции (то есть максимуму прибыли) соответствует вершина параболы, ордината которой (то есть оптимальная цена изделия *A*) составляет

$$P = -\frac{7920}{-2 \times 33} = 120 \text{ (руб./шт.)}.$$

Найти остальные неизвестные в нашей задаче несложно.

Цену изделия *B* определяем по формуле (5):

$$p = 940 - 3 \times 120 = 580 \text{ (руб./шт.)}.$$

Дневной объём выпуска (и продаж) изделия *A* можно найти, используя соответствующую функцию спроса:

$$Q = 960 - 6 \times 120 = 240 \text{ (шт.)},$$

а объём выпуска изделия *B* – используя соотношение (4):

$$q = 360 + 9 \times 120 = 1440 \text{ (шт.)}.$$

Значит, для изделия *A* переменные издержки за день составят

$$80 \times 240 = 19200 \text{ (руб.)},$$

а выручка –

$$120 \times 240 = 28800 \text{ (руб.)}.$$

Аналогично, для изделия *B* переменные издержки равны

$$100 \times 1440 = 144000 \text{ (руб.)},$$

а дневная выручка –

$$580 \times 1440 = 835200 \text{ (руб.)}.$$

Чтобы найти число рабочих, занятых выпуском изделия *A*, обратимся к формуле (1), из которой следует:

$$x = \frac{240}{20} = 12 \text{ (чел.)}.$$

Наконец, число рабочих, занятых выпуском изделия В, составит

$$60 - 12 = 48 \text{ (чел.)}.$$

Таблица с занесёнными в неё ответами представлена ниже (табл. 4).

Таблица 4

Показатели хозяйственной деятельности мастерской «Работяга»

Изделия / **Показатели**	Изделие *А*	Изделие *В*
Число рабочих, занятых в производстве, чел.	12	48
Объём выпуска и продаж за день, шт.	240	1440
Переменные издержки за день, руб.	19200	144000
Цена, руб./шт.	120	580
Выручка за день, руб.	28800	835200

Задача 28

Из условия задачи следует равенство $Q_1 = Q_2$ (за день расписывают столько же ложек, сколько вырезают), то есть

$$460 + 50\,V = 200 + 40\,W.$$

Отсюда

$$W = 1{,}25\,V + 6{,}5. \qquad (1)$$

Поскольку средние переменные издержки на производство одной ложки равны $(3 + V + W)$, обозначив постоянные издержки за рабочий день через FC, мы можем выписать формулу расчёта прибыли за рабочий день Pr, то есть того показателя, который владелец мастерской должен максимизировать:

$$Pr = 39{,}2\,Q_1 - (3 + V + W)\times Q_1 - FC. \qquad (2)$$

Подставляя в (2) выражение (1) и заданную в условии функцию, связывающую дневную выработку резчиков с расценкой за изготовление одной ложки, выпишем ещё раз функцию прибыли:

$$Pr(V) = 39{,}2 \times (460 + 50\,V) - (3 + V + 1{,}25V + 6{,}5) \times (460 + 50\,V) - FC.$$

Элементарные преобразования приводят к выражению

$$Pr(V) = -\,112{,}5\,V^2 + 450\,V + 13662 - FC.$$

Теперь ясно, что график полученной функции – это парабола с ветвями, направленными вниз, вершина которой, то есть точка максимума, имеет абсциссу

$$V = -\frac{450}{2\times(-112{,}5)} = 2 \text{ (руб./шт.)}.$$

Из формулы (1) получаем:

$$W = 1{,}25\times 2 + 6{,}5 = 9 \text{ (руб./шт.)}.$$

Ответ: Расценка для резчиков составляет 2 рубля за ложку;
расценка для художников составляет 9 рублей за ложку.

Задача 29

Обозначим дневную прибыль (в рублях) через Pr, а постоянные издержки в расчете на день (также в рублях) – через FC. Тогда можно записать:

$$Pr = Q\times P - (Q \times (86 + W) + FC). \qquad (1)$$

Выписав обратную функцию спроса, получим:

$$P = \frac{1500 - Q}{2}. \qquad (2)$$

Преобразовав заданную в условии задачи функцию зависимости объёма выпуска от расценки труда рабочих, имеем:

$$W = \frac{Q-180}{5} \qquad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), записываем:

$$Pr = \frac{Q \times (1500-Q)}{2} - Q \times (86 + \frac{Q-180}{5}) - FC,$$

откуда после элементарных преобразований получаем выражение

$$Pr = -(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}) \times Q^2 + (\frac{1500}{2}+\frac{180}{5}-86) \times Q - FC,$$

или

$$Pr = -0{,}7\,Q^2 + 700\,Q - FC. \qquad (4)$$

Из последней формулы следует, что прибыль является квадратичной функцией от Q. Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вниз. Максимум этой функции достигается на вершине данной параболы. Рассчитаем значение переменной Q, соответствующее наибольшему объёму прибыли, которого удаётся добиться владельцу предприятия:

$$Q = -\frac{700}{2 \times (-0{,}7)} = 500 \text{ (шт.)}.$$

Полученная величина оказалась положительной, то есть экономически осмысленной. Значит, она может являться оптимальным значением дневного объёма выпуска и продаж продукции фирмы.

Теперь, обратившись к формуле (3), определяем расценку рабочих-сдельщиков, обеспечивающую предпринимателю максимальную прибыль:

$$W = \frac{500-180}{5} = 64 \text{ (руб./шт.)}.$$

Поскольку полученный результат укладывается в интервал, для которого справедлива заданная функция, описывающая связь дневной объём выпуска с расценкой труда рабочих, найденная величина расценки соответствует условиям задачи.

По формуле (2) без труда находим оптимальную для предприятия цену:

$$P = \frac{1500-500}{2} = 500 \text{ (руб./шт.)}.$$

Убедившись в том, что полученное значение цены лежит в пределах интервала, для которого определена заданная функция спроса, приходим к выводу, что, во-первых, соответствует условиям задачи найденная величина объёма выпуска и продаж Q, во-вторых, что тем самым соответствует этим условиям и сама цена P, и, наконец, в-третьих, – что является ответом задачи рассчитанная выше расценка сдельщиков W.

Ответ: 64 руб./шт.

Задача 30

Обозначим объём выпуска продукции за месяц в тыс. шт. через Q.

Тогда валовой доход TR в тыс. руб., получаемый фирмой за месяц, выразится как

$$TR = 100\,Q, \qquad (1)$$

а совокупные издержки TC за тот же период – как

$$TC = 50Q + 40w + FC, \qquad (2)$$

где FC – постоянные издержки в тыс. руб.

Из определения трудоотдачи вытекает:

$$Q = 40\,H. \qquad (3)$$

Подставив (3) в (1) и (2),записываем:

$$TR = 100\times 40\ H, \qquad (4)$$

$$TC = 50\times 40\ H + 40w + FC. \qquad (5)$$

Теперь в (4) и (5), используя заданную в условии задачи зависимость $H(w)$, выразим H через w:

$$TR = 4000\times(-\ 0{,}01\ w^2 + 0{,}82\ w), \qquad (6)$$

$$TC = 2000\times(-\ 0{,}01\ w^2 + 0{,}82\ w) + 40w + FC. \qquad (7)$$

Как известно, фирма достигает максимума прибыли, когда её предельный доход равен предельным издержкам. Значит, равны производные функций (6) и (7). На этом основании составляем уравнение:

$$4000\times(-2\times 0{,}01\ w + 0{,}82) = 2000\times(-\ 2\times 0{,}01\ w + 0{,}82) + 40. \quad (8)$$

Из (8) легко найти ставку заработной платы рабочего

$$w = 40 \text{ тыс. руб.} \qquad (9)$$

Подставляя (9) в (6), находим выручку предприятия:

$$TR = 4000\times(-\ 0{,}01\ 40^2 + 0{,}82\ 40) = 67200 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Ответ: 67200 тыс. руб.

Задача 31

Используя заданную в условии задачи функцию $Q(L)$, выпишем выражение для валового дохода фирмы за месяц в тыс. руб. TR:

$$TR = 100\times(-\ 0{,}01\ L^2 + 1{,}2\ L). \qquad (1)$$

Поскольку согласно упомянутой функции единственным переменным фактором производства для предприятия является труд, переменные издержки фирмы за месяц в тыс. руб. VC определятся просто:

$$VC = 20\ L. \qquad (2)$$

Максимум прибыли на рынке совершенной конкуренции, как известно, достигается, когда предельный доход равен предельным издержкам, или, что то же самое, предельным переменным издержкам, т.е. при выполнении равенства $TR' = VC'$.

В силу этого, основываясь на (1) и (2), записываем:

$$100\times(-2\times\ 0{,}01\ L + 1{,}2) = 20.$$

Решив это уравнение, получаем численность работников, обеспечивающую фирме максимальную прибыль: $L = 50$ чел.

Осталось на основе заданной функции $Q(L)$ найти оптимальный объём выпуска продукции за месяц:

$$Q = -0{,}01\times 50^2 + 1{,}2\times 50 = 35 \text{ (тыс. шт.)}.$$

Ответ: 35 тыс. шт.

Задача 32

Обозначим норму выработки через N, число изделий, изготовленных первым рабочим за смену, через x, а число изделий, изготовленных вторым рабочим, – через y. Тогда условия задачи позволяют выписать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 10\ N + 12(x - N) = 2120, \\ 10N + 12(y - N) = 2240, \\ \qquad x + y = 430. \end{cases}$$

Вычитая из второго уравнения этой системы первое уравнение, получим:

$$12(y - x) = 2240 - 2120,$$

откуда

$y–x = 10.$ (1)

Вычитая (1) из последнего уравнения приведенной выше системы, имеем:

$2x = 420,$

то есть,

$x = 210.$ (2)

Подставив (2) в первое уравнение системы, получаем:

$10\ N + 12(210 - N) = 2120,$

откуда без труда находим:

$N = 200.$

Ответ: 200 изделий.

Задача 33

Используя данные таблицы 2, построим кривую Лоренца.

Наша кривая Лоренца явится ломаной линией (рис. 13), начинающейся в точке с координатами (0, 0) и заканчивающейся в точке с координатами (100, 100).

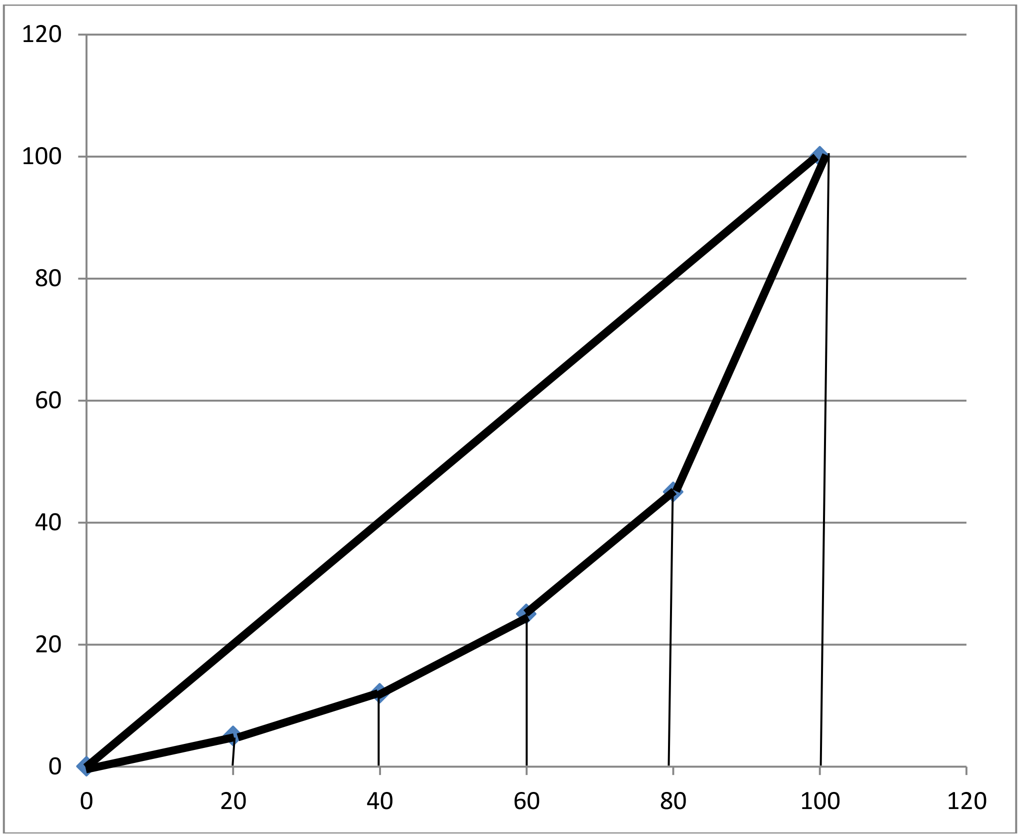

Рис.13. Кривая Лоренца.

Величина индекса Джини (J) определится по формуле

$$J = \frac{S}{s},$$ (1)

где S – площадь между кривой Лоренца и биссектрисой первого квадранта системы координат, а s – площадь прямоугольного треугольника, гипотенузой которого является отрезок, соединяющий точки с координатами (0, 0) и (100, 100).

Площадь s рассчитать просто:

$s = \frac{1}{2}\,100\times 100 = 5000.$

Площадь S определится как разность между s и суммой площадей одного прямоугольного треугольника (с вершиной в точке (0, 0)) и четырёх прямоугольных трапеций.

Катеты треугольника равны 5 и 20.

Основания первой (примыкающей к треугольнику) трапеции равны 5 и 5+7 = 12, а высота равна 20.

Основания второй трапеции равны 12 и 12+13 = 25, а высота равна 20.

Основания третьей трапеции равны 25 и 25+20 = 45, а высота равна 20.

Основания четвёртой трапеции равны 45 и 100, а высота равна 20.

Проведём расчёты:

$$S = 5000 - \frac{1}{2}\,[5\times 20 + (5+12)\times 20 + (12+25)\times 20 + (25+45)\times 20 + (45+100)\times 20] = 5000 - 2740 = 2260.$$

Тогда, согласно (1),

$J = \frac{2260}{5000} = 0{,}452.$

Ответ: 0,452.

Задача 34

Поскольку известно, что кривая Лоренца проходит через точку с координатами (0,0), выпишем уравнение данной кривой при x=0 и y=0:

$0 = a\times 0^2 + b,$

откуда вытекает:

$b = 0. \qquad (1)$

Поскольку эта кривая проходит через точку с координатами (100,100), имеем, с учетом (1):

$100 = a\times 100^2,$

откуда следует:

$a = \frac{1}{100}.$

Таким образом, кривая Лоренца является участком графика функции

$y = \frac{1}{100}\,x^2. \qquad (2)$

Доля фонда зарплаты, приходящаяся на 10% самых низкооплачиваемых работников, определится из (2) как

$y(10) = \frac{1}{100}\times 10^2 = 1\ (\%). \qquad (3)$

Доля доходов, фонда зарплаты, приходящаяся на 10% самых высокооплачиваемых работников, определится как

$y(100) - y(90) = \frac{1}{100}\times 100^2 - \frac{1}{100}\times 90^2 = 19\ (\%). \qquad (4)$

Исходя из (3) и (4), рассчитываем децильный коэффициент D:

$D = \frac{19}{1} = 19.$

Ответ: 19.

Задача 35

Прежде всего, определим значения параметров a и b.

Поскольку кривая Лоренца проходит через начало координат, можем записать:

$$0 = 0^2 + a \times 0 + b,$$

откуда получаем:

$$b = 0.$$

Поскольку эта кривая проходит через точку с координатами (1,1), имеем:

$$1 = 1^2 + a \times 1,$$

откуда следует:

$$a = 0.$$

Таким образом, кривая Лоренца является участком графика простенькой функции

$$y = x^2.$$

Перейдем к расчету индекса Джини.

Рассмотрим рис. 14.

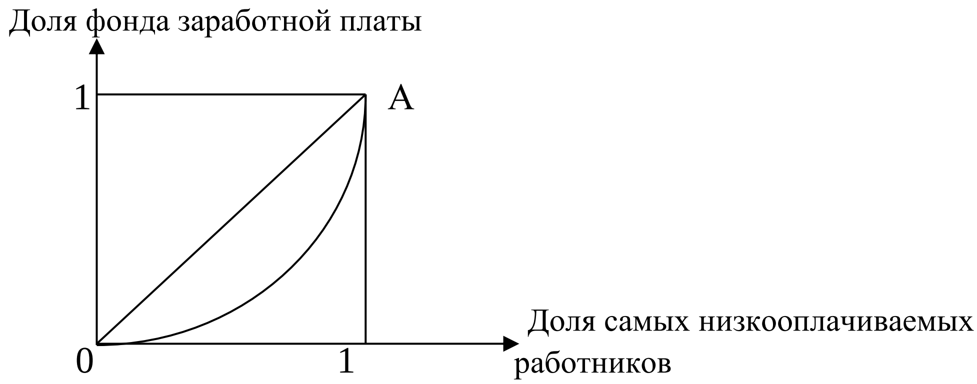

Рис. 14. Кривая Лоренца.

Величина индекса Джини (J) определится по формуле

$$J = \frac{S}{s}, \tag{1}$$

где S – площадь между кривой Лоренца и биссектрисой первого квадранта системы координат, а s – площадь прямоугольного треугольника, гипотенузой которого является отрезок 0A.

Тогда имеем:

$$s = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}.$$

$$S = s - \int_0^1 x^2 dx.$$

$$\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$S = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Согласно (1),

$$J = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Задача 36

Поскольку известно, что кривая Лоренца проходит через точку с координатами (0,0), выпишем уравнение данной кривой при x=0 и y=0:

$$0 = a \times 0^2 + b \times 0 + c,$$

откуда вытекает:

$$c = 0. \qquad (1)$$

Поскольку эта кривая проходит через точку с координатами (1,1), имеем, с учетом (1):

$$1 = a \times 1^2 + b \times 1,$$

то есть,

$$a + b = 1,$$

откуда

$$b = 1 - a.$$

Таким образом, заданная в условии задачи функция преобразуется к виду

$$y = a \times x^2 + (1 - a) \times x. \qquad (2)$$

Обратимся теперь к рис. 15. Величина индекса Джини (J) определится по формуле

$$J = \frac{S}{s}, \qquad (3)$$

где S – площадь между кривой Лоренца и биссектрисой первого квадранта системы координат, а s – площадь прямоугольного треугольника, гипотенузой которого является отрезок 0А.

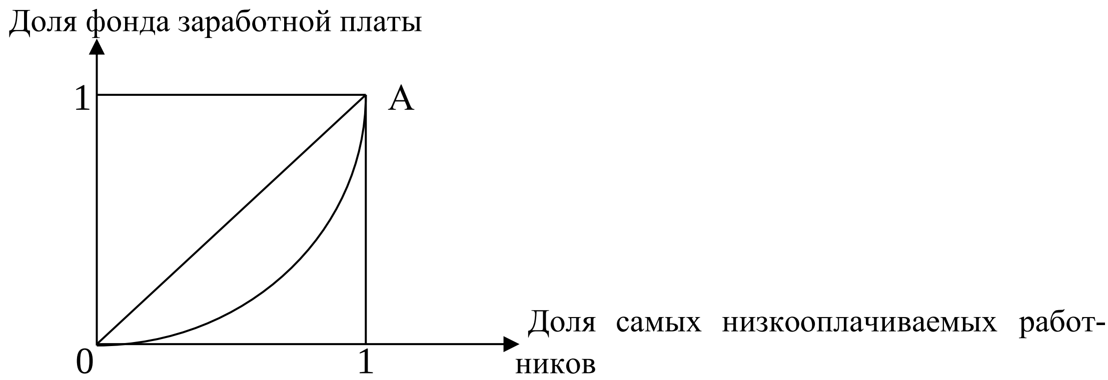

Рис. 15. Кривая Лоренца.

Тогда, с учетом (2), имеем:

$$s = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}.$$

$$S = s - \int_0^1 (ax^2 + (1-a)x)dx.$$

$$\int_0^1 (ax^2 + (1-a)x)dx = a \times \frac{x^3}{3} + (1-a) \times \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = a \times \frac{1}{3} + (1-a) \times \frac{1}{2}.$$

$$S = \frac{1}{2} - (a \times \frac{1}{3} + (1-a) \times \frac{1}{2}) = \frac{a}{6}.$$

Теперь на основании (3) можем записать:

$$\frac{a}{6} : \frac{1}{2} = 0{,}3,$$

откуда

$$a = 0{,}9. \qquad (4)$$

Перейдём к расчету децильного коэффициента D.

Доля фонда заработной платы, приходящаяся на 10% работников с самыми низкими заработками, определится из (2) и (4) как

$$y(0{,}10) = a \times 10^2 + (1 - a) \times 0{,}10 = 0{,}1 - 0{,}09a = 0{,}1 - 0{,}09 \times 0{,}9 = 0{,}019.$$

Доля фонда заработной платы, приходящаяся на 10% самых высокооплачиваемых работников, определится как

$$y(1) - y(0{,}90) = a \times 1^2 + (1 - a) \times 1 - \{a \times 0{,}90^2 + (1 - a) \times 0{,}90\} = 0{,}1 + 0{,}09a =$$
$$= 0{,}1 + 0{,}09 \times 0{,}9 = 0{,}181.$$

Осталось рассчитать децильный коэффициент:

$$D = \frac{0{,}181}{0{,}019} \approx 9{,}53.$$

Ответ: $\frac{181}{19} \approx 9{,}53.$

Задача 37

Исходные данные задачи позволяют найти коэффициент оборота по уволенным:

0,19 – 0,12 = 0,07.

Теперь можно рассчитать среднегодовую численность работников организации:

70 : 0,07 = 1000 (чел.).

Далее, определяем сумму числа сотрудников, уволившихся по собственному желанию и уволенных за прогулы и нарушения дисциплины:

$1000 \times 0{,}06 = 60$ (чел.).

Наконец, находим число сотрудников, уволенных за прогулы и нарушения дисциплины:

$60 - 50 = 10$ (чел.).

Ответ: 10 чел.

Задача 38

1. Среднесписочная численность работников за год рассчитается как

$$\frac{1020+1010+990+980}{4} = 1000 \text{ (чел.)}.$$

2. Число принятых на работу за год составит

$15 + 18 + 22 + 25 = 80$ (чел.).

3. Уволено по причине призыва на военную службу во втором квартале

$15 - 1 - 4 - 8 = 2$ (чел.).

4. Уволено по причине ухода на пенсию за год

$2 + 2 + 1 + 8 = 13$ (чел.).

5. Уволено за прогулы и нарушения дисциплины во втором квартале

$25 - 1 - 2 - 2 - 10 = 10$ (чел.).

6. Уволились по собственному желанию в третьем квартале

$30 - 10 - 4 - 1 - 5 = 10$ (чел.).

7. Поскольку общий коэффициент оборота кадров определяется как отношение суммы принятых на работу и уволенных с работы к среднесписочной численности работников, выписываем уравнение:

$$\frac{80+x}{1000} = 0{,}2,$$

где x – общее число уволенных с работы за год.

Решением этого уравнения является величина 120.

8. Уволились по собственному желанию за год

$3 + 10 + 10 + 15 = 38$ (чел.).

9. Поскольку коэффициент текучести кадров определяется как отношение суммы уволенных с работы по собственному желанию и за прогулы и нарушения трудовой и производственной дисциплины к среднесписочной численности работников, выписываем уравнение:

$$\frac{38+y}{1000} = 0{,}07,$$

где y – число уволенных за прогулы и нарушения дисциплины за год.

Решением этого уравнения является величина 32.

10. Уволено за прогулы и нарушения дисциплины в первом квартале

$32 - 10 - 5 - 7 = 10$ (чел.).

11. Всего уволено с работы в первом квартале
5 + 1 + 2 + 3 + 10 = 21 (чел.).

12. Всего уволено с работы в третьем квартале
120 – 21 – 25 – 30 = 44 (чел.).

13. Уволено по причине перехода на учёбу в четвёртом квартале
44 –8 – 8 – 15 – 7 = 6 (чел.).

14. Уволено по причине перехода на учёбу за год
5 + 1 + 10 +6 = 22 (чел.).

Рассчитанные нами показатели внесены в табл. 5, где выделены жирным шрифтом.

Таблица 5.

Показатели движения кадров на предприятии.

Период / Показатель	I Квартал	II Квартал	III Квартал	IV квартал	Год
Среднесписочная численность работников	1020	1010	990	980	**1000**
Принято на работу	15	18	22	25	**80**
Уволено с работы всего	**21**	25	30	**44**	**120**
в том числе по причинам:					
перехода на учёбу	5	1	10	**6**	**22**
призыва на военную службу	1	**2**	4	8	15
ухода на пенсию	2	2	1	8	**13**
по собственному желанию	3	10	**10**	15	**38**
за прогулы и нарушения дисциплины	**10**	**10**	5	7	**32**

2. Ответы на тесты

Номер задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Номера ответа	**2**	**2**	**2**	**1**	**1**	**2**	**1**	**1**	**1**

Номер задания	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
Номер ответа	**1**	**4**	**2**	**3**	**4**	**3**	**2**	**4**	**3**

Номер задания	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**
Номер ответа	**4**	**3**	**4**	**1**	**3**	**5**	**4**	**5**	**4**

Номер задания	**28**
Номера ответов	**4, 7, 9, 14, 22, 23**

Справочный материал

Количество труда измеряется либо числом человеко-часов, либо численностью занятых.

Эти показатели сводятся друг к другу: если по трудовому законодательству продолжительности рабочего дня составляет A часов, а в году B рабочих дней, то произведение $A \times B$ соответствует одному занятому в течение года.

Величина спроса на труд – это количество труда, которое работодатели готовы использовать при данной ставке заработной платы.

Спрос на труд – это зависимость величины спроса на труд от ставки заработной платы.

При прочих равных условиях с ростом заработной платы спрос на труд падает (закон спроса).

Величина предложения труда – это количество труда, которое наёмные работники готовы предоставить работодателям при данной ставке заработной платы.

Предложение труда – это зависимость величины предложения труда от ставки заработной платы.

При прочих равных условиях с ростом заработной платы предложение труда падает (закон предложения).

Незарплатные факторы спроса на труд – это факторы, изменение которых приводит к изменению спроса на труд.

К незарплатным факторам спроса на труд относятся:

1. Спрос на продукт, производимый трудом (положительная связь).
2. Производительность труда (положительная связь).
3. Изменение цен на трудозамещающий капитал (эффект замещения – отрицательная связь, эффект объема продукции – положительная связь).
4. Изменение цен на трудодополняющий капитал (отрицательная связь).

На графике рост спроса на труд отображается сдвигом кривой спроса вправо – от D_0 к D_1 на рис. 16: при той же заработной плате величина спроса на труд увеличивается. Снижение спроса на труд отображается на графике сдвигом кривой спроса влево от D_1 к D_0 на рис. 16: при той же заработной плате величина спроса на труд уменьшается.

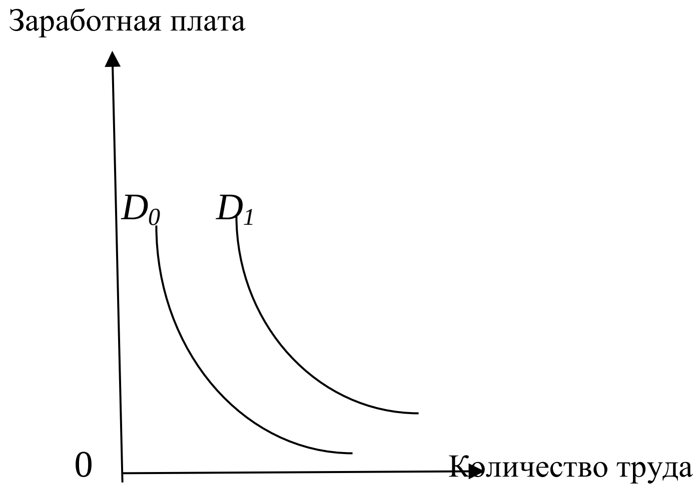

Рис. 16. Изменение спроса.

Незарплатные факторы предложения труда – это факторы, изменение которых приводит к изменению предложения труда.

К незарплатным факторам предложения труда относятся:

1. Численность и структура (половозрастная, национальная, профессионально-квалификационная) населения.
2. Уровень экономической активности населения.
3. Количество рабочих часов в неделе или в году (отрицательная связь).

На графике рост предложения труда отображается сдвигом кривой предложения вправо – от S_0 к S_1 на рис. 17: при той же заработной плате величина предложения труда увеличивается. Снижение предложения труда отображается на графике сдвигом кривой предложения влево от S_1 к S_0 на рис. 17: при той же заработной плате величина предложения труда уменьшается.

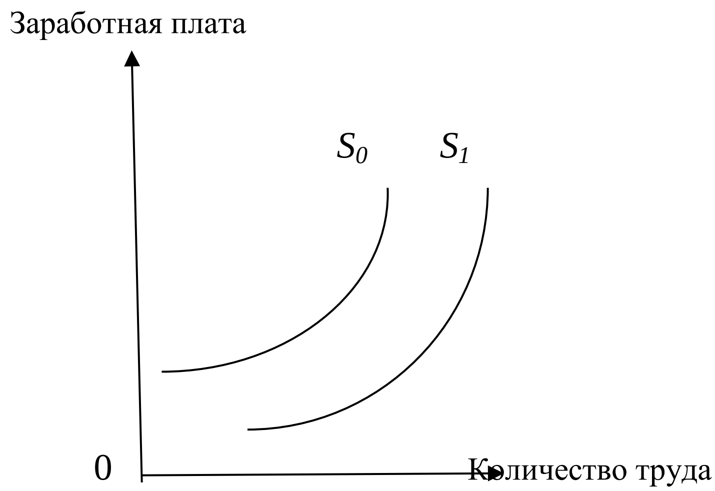

Рис. 17. Изменение предложения труда.

Нормальный доход – это та часть фонда заработной платы работников, занятых на данном рынке труда, которую они получают просто за факт предоставления работодателям своих трудовых услуг.

Для неквалифицированного труда весь фонд заработной платы представляет собой нормальный доход.

Квазирента – это та часть фонда заработной платы работников, занятых на данном рынке труда, которую они получают как вознаграждение за свою квалификацию.

Для труда уникальных специалистов весь фонд заработной платы представляет собой квазиренту.

Для обычных видов труда фонд заработной платы занятых на данном рынке труда работников теоретически может быть разбит на нормальный доход и квазиренту так, как это показано на рис. 18.

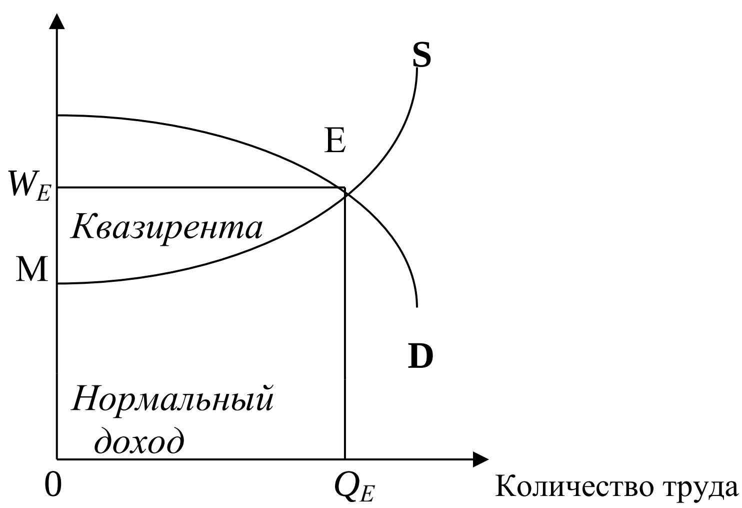

Рис. 18. Фонд заработной платы, нормальный доход и квазирента.

Здесь D – кривая спроса на труд,
S – кривая предложения труда,
E – точка равновесия,
W_E – равновесная заработная плата,
Q_E – равновесное количество труда,
M – минимальная заработная плата.

Фонд заработной платы на этом графике – это площадь прямоугольника 0,W_E,E,Q_E, нормальный доход – площадь фигуры 0,M,E,Q_E, а квазирента – площадь фигуры M, W_E,E.

Эластичность – это отношение темпа прироста значения функции к темпу прироста аргумента.

Стандартная формула для расчета эластичности имеет вид:

$$E_{0,1} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \times \frac{x_0}{y_0}.$$

Здесь $E_{0,1}$ – эластичность функции на отрезке $[x_0, x_1]$, когда точка с координатами (x_0, y_0) является базовой.

Точечная эластичность – это предел, к которому стремится эластичность функции при стремящемся к нулю приращении ее аргумента.

Формула расчета точечной эластичности E имеет вид

$$E = y'(x) \times \frac{x}{y}.$$

Отдельный интерес представляют функции с постоянной эластичностью F. Они имеют вид

$$y = a \times x^F.$$

Прямая эластичность спроса на труд – это взятая с обратным знаком эластичность фунции D = f(W), где D –.величина спроса, а W – заработная плата. Дело в том, что экономисты, анализируя эластичность, абстрагируются от отрицательных ее значений, оперируя абсолютными величинами.

Перекрестная эластичность спроса на труд – это взятая с обратным знаком эластичность функции, значением которой является величина спроса на один вид труда (вид А), а аргументом – заработная плата на другом рынке труда (рынке В), то есть функции

$$Q_А = f(P_В),$$

где Q_A – величина спроса на труд вида А,

$P_В$ – заработная плата на рынке труда В.

Законы Маршалла-Хикса:

При прочих равных условия прямая эластичность спроса на труд по зарплате тем выше, чем…

1. выше ценовая эластичность спроса на конечную продукцию фирмы;
2. легче заменить данный вид труда капиталом;
3. выше эластичность предложения трудозамещающего капитала;
4. больше доля расходов на труд в общих издержках производства, если эластичность замещения труда капиталом[1] ниже эластичности спроса на продукт, производимый трудом.

---

[1] **Эластичность замещения труда капиталом** $\sigma_{K,L}$ – это точечная эластичность функции

$$\frac{L}{K} = f\left(\frac{MP_K}{MP_L}\right),$$

где L – затраты труда, K – затраты капитала, MP_K – предельная производительность капитала, MP_L – предельная производительность труда ($MP_L = \lim\limits_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, $MP_K = \lim\limits_{\Delta K \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta K}$).

Формула расчёта $\sigma_{K,L}$ имеет вид

$$\sigma_{K,L} = \frac{d\frac{L}{K}}{d\frac{MP_K}{MP_L}} \times \frac{\frac{MP_K}{MP_L}}{\frac{L}{K}}.$$

К **трудовым ресурсам** в России относятся: а) население в трудоспособном возрасте, за исключением неработающих инвалидов труда и войны I и П групп и неработающих лиц трудоспособного возраста, получающих пенсии по старости на льготных условиях; б) население моложе и старше (до 73-х лет) трудоспособного возраста, занятое в народном хозяйстве.

К **безработным** относятся лица, не занятые в народном хозяйстве, активно ищущие работу и готовые приступить к работе.

Уровень безработицы – это отношение численности безработных к численности экономически активного населения, выраженное в процентах.

Фрикционная безработица – это временное отсутствие занятости в период перехода работника с одного предприятия на другое.

Безработица этого вида не может быть полностью устранена.

Структурная безработица возникает при невозможности трудоустройства из-за различий в структуре спроса и предложения рабочей силы разной квалификации.

Циклическая безработица характерна для экономического кризиса, возникает в результате спада производства.

Сезонная безработица возникает в определённые периоды года в отраслях, где производственная деятельность носит сезонный характер, например, в сельском хозяйстве или курортном обслуживании.

Уровень экономической активности – это доля экономически активного населения определенной группы к общей численности населения этой группы, выраженное в процентах.

Производительность труда измеряется двумя показателями – трудоотдачей или трудоёмкостью.

Трудоотдача – это отношение объёма выпуска продукции к количеству труда, затраченного на этот выпуск.

Трудоёмкость затраты труда в расчёте на единицу выпуска продукции – показатель, обратный трудоотдаче.

Прямая сдельная оплата труда предусматривает, что труд работников оплачивается за число единиц изготовленной ими продукции и выполненных работ, исходя из твердых сдельных расценок, установленных с учетом необходимой квалификации.

Сдельно-прогрессивная оплата труда предусматривает, что оплата повышается за выработку сверх нормы.

Децильный коэффициент – это отношение доходов (заработка) 10% богатейших получателей дохода к доходам 10% беднейших.

Кривая Лоренца строится в координатах: доля беднейших получателей дохода – доля полученного общего дохода. Доли обычно (но не обязательно) выражаются в процентах.

Для построения кривой Лоренца получателей дохода необходимо расположить по возрастанию дохода – от беднейших к богатейшим.

Точка М на кривой Лоренца (рис. 19) показывает, что X% беднейших получателей дохода располагают Y% от общего дохода.

Кривая Лоренца вогнута относительно начала координат.

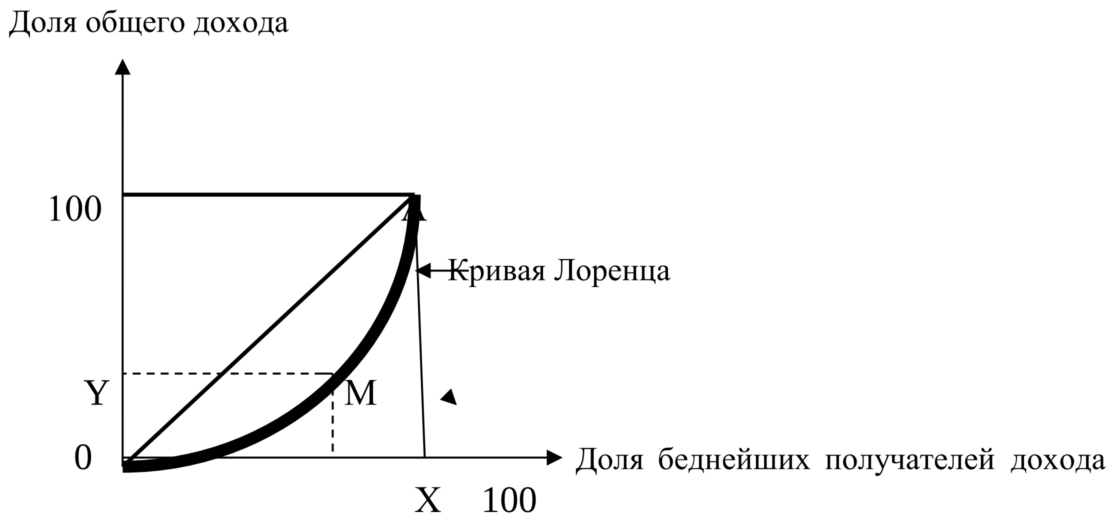

Рис. 19 . Кривая Лоренца.

<u>Индекс Джини</u> – это отношение площади фигуры, ограниченной кривой Лоренца и диагональю квадрата 0А к площади треугольника 0,А,100 на рис. 19. Теоретически это отношение лежит в интервале от нуля до единицы.

Чем больше индекс (он же коэффициент) Джини, тем выше степень дифференциации доходов (сильнее имущественное неравенство).

<u>Общий коэффициент оборота кадров</u> – это отношение суммы численностей принятых на работу и уволенных с работы за определённый период к среднесписочному составу предприятия, выраженное в процентах.

<u>Коэффициент оборота по принятым</u> – это отношение численности принятых на работу за определённый период к среднесписочному составу предприятия, выраженное в процентах.

<u>Коэффициент текучести</u> кадров – это отношение суммы численностей уволившихся по собственному желанию и уволенных за прогулы и нарушения дисциплины за определённый период к среднесписочному составу предприятия, выраженное в процентах.

Рекомендуемая литература

1. Тучков А. Экономика труда – М.: ЭКСМО, 2001.
2. Занятость, рынок труда и социально-трудовые отношения. Под ред. Колосовой Р.П., Меликьяна Г.Г. – М.: ТЕИС, 2004.
3. Мазин А.Л. Экономика труда – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2009.
4. Хоркина Н.А., Колосницына М.Г., Ракута Н.В. Экономика труда: задачи, вопросы, тесты – Изд. дом ГУ-ВШЭ, 2009.
5. Мицкевич А.А. Сборник заданий по экономике. В 3-х книгах – М.: Вита-Пресс, 2001.
6. Винокуров Е.Ф., Винокурова Н.А. Новый задачник по экономике с решениями. 4-е издание – М.: Вита-Пресс, 2014.